Realizacije Liejevih algebri i diferencijalni račun na nekomutativnim prostorima

Tea Martinić Bilać

Prvi dio izlaganja bavi se proširenjima Liejeve algebre $\mathfrak{g}_0$ generirane bazom $\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ s Abelovom familijom generatora $T_{\mu\nu}$, $1 \leq \mu, \nu \leq n$, koji djeluju na omotačku algebru $U(\mathfrak{g}_0)$. Pomoću tako definiranog djelovanja možemo opisati komutacijske relacije između X_μ i proizvoljnih monoma u $U(\mathfrak{g}_0)$. Nadalje, proučavamo realizacije Liejeve algebre $\mathfrak{g}_0$, tj. njezina ulaganja u $\hat{A}_n$ gdje je $\hat{A}_n$ upotpunjenje n–te Weylove algebre A_n s obzirom na stupanj diferencijalnog operatora $\partial_1^{k_1}\partial_2^{k_2}\ldots\partial_n^{k_n}$. Posebno se proučavaju realizacije koje induciraju simetrično uređenje na omotačkoj algebri $U(\mathfrak{g}_0)$. Koristeći svojstva proširene Liejeve algebre pokazano je da je odgovarajuća simetrična realizacija izražena pomoću funkcije izvodnice za Bernoullijeve brojeve. Svakoj realizaciji Liejeve algebre $\mathfrak{g}_0$ pridružen je zvijezda–umnožak (engl. star–product) na simetričnoj algebri $X = \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n] \subset A_n$ koji se definira pomoću kanonskog djelovanja algebre A_n na podalgebru X. Uveden je pojam lijevo–desno dualnih zvijezda–umnožaka i njihovih pripadnih realizacija.

Drugi dio izlaganja se odnosi na konstrukciju bikovarijantnog diferencijalnog računa na kvantnom prostoru $U(\mathfrak{g}_0)$. U tu svrhu konstruirana je Liejeva superalgebra $\mathfrak{g} = \mathfrak{g}_0 \oplus \mathfrak{g}_1$, gdje se elementi baze $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_m$ neparnog dijela $\mathfrak{g}_1$ interpretiraju kao jedan–forme na prostoru $U(\mathfrak{g}_0)$. Generalizacijom rezultata iz prvog dijela dobiveno je proširenje od $\mathfrak{g}$ s Abelovom familijiom generatora $T_{\mu\nu}$ čije djelovanje na omotačku algebru $U(\mathfrak{g})$ opisuje komutacijske relacije između jedan-formi i monoma u $U(\mathfrak{g}_0)$. Također je konstruirana realizacija, tj. ulaganje superalgebre $\mathfrak{g}_0$ u upotpunjenje Clifford–Weylove algebre

$\hat{A}_{n,m}$. U slučaju kada je $dim(\mathfrak{g}_0) = dim(\mathfrak{g}_1)$ definirana je vanjska derivacija $d\colon U(\mathfrak{g}_0) \to \Omega$ gdje je $\Omega = \oplus_{\mu=1}^{n} U(\mathfrak{g}_0)\xi_\mu$ bimodul nad $U(\mathfrak{g}_0)$. Diferencijalni račun prvog reda (d, Ω) je bikovarijantan obzirom na primitivnu Hopfovu strukturu od $U(\mathfrak{g}_0)$. Koristeći realizaciju Liejeve superalgebre $\mathfrak{g}_0$, diferencijalni račun je dobiven kao deformacija klasičnog diferencijalnog računa na Euklidskom prostoru.