

# **GEOMETRIJSKO MIŠLJENJE I PROSTORNI ZOR**

Aleksandra Čižmešija, Renata Svedrec, Tanja Soucie,  
Ivana Kokić, Nikol Radović

Split, 7. travnja 2011.

*Geometrija je opipljivi prostor, to je onaj prostor u kojem dijete diše, živi i kreće se. To je prostor koji učenik mora naučiti poznavati, istraživati i osvajati, kako bi u njemu bolje živio, disao i kretao se.*

H. Freudenthal

# O geometriji u matematičkom obrazovanju

- Ono što oblike čini različitima ili nalik jedne drugima njihova su **geometrijska svojstva**. Npr.:
  - imaju li paralelne stran(ic)e, okomite stran(ic)e ili ništa od toga,
  - jesu li osnosimetrični, rotacijski simetrični ili ništa od toga,
  - jesu li slični, sukladni ili nijedno ni drugo...

- Oblike možemo opisati pomoću njihovog **položaja u ravnini ili prostoru** za čije precizno određenje koristimo različite **koordinatne sustave**.
- Koordinatni pogled na oblike omogućava razumijevanje njihovih geometrijskih svojstava i njihove transformacije, odnosno promjene njihovog položaja, izgleda i veličine.

- Oblici se mogu **pomicati u ravnini ili prostoru.**
- Tu promjenu možemo opisati u terminima:
  - translacije,
  - osne simetrije i
  - rotacije.

- Oblike možemo gledati iz **različitih perspektiva**.  
Sposobnost sagledavanja iz različitih točaka gledanja doprinosi:
  - razumijevanju odnosa između dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih figura,
  - misaonoj vizualizaciji promjene položaja i veličine oblika.

# Matematičko obrazovanje učenicima treba omogućiti:

- analizu obilježja i svojstava dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih geometrijskih oblika i razvoj matematičkih argumenata o geometrijskim odnosima,
- određivanje položaja i opis prostornih odnosa upotrebom koordinatne geometrije i ostalih sustava za prikazivanje,
- primjenu transformacija i upotrebu simetrije pri analizi matematičkih situacija,

## Matematičko obrazovanje učenicima treba omogućiti (2):

- razvoj prostornog zora te sposobnosti prepoznavanja i upotrebe geometrijskih svojstava i simetrija u objektima iz realnog svijeta i svakodnevnog života,
- razvoj sposobnosti upotrebe vizualizacije, prostornog zora i geometrijskih modela pri rješavanju problema iz realnog svijeta.

# Prostorni zor

(eng. *spatial ability, spatial sense*)

- **intuitivni osjećaj** za oblike u prostoru, kao i osjećaj za geometrijske aspekte svijeta koji nas okružuje i oblike koje formiraju objekti oko nas
- uključuje koncepte tradicionalne geometrije, a osobito sposobnost raspoznavanja, vizualnog prikazivanja i transformacije geometrijskih oblika

- Pojam **prostorni zor** uključuje i za našu nastavu geometrije **nestandardne poglede** na dvodimenzionalne i trodimenzionalne oblike, poput:
  - **popločavanja** ravnine i prostora,
  - **presavijanja** papira,
  - **crtanja projekcija** geometrijskih likova i tijela u kvadratnoj i trokutastoj mreži točaka...

- razvijeni prostorni zor podrazumijeva i sposobnost **misaone vizualizacije** objekata i prostornih odnosa (npr. misaono okretanje objekta) i snalaženje s geometrijskim opisima objekata i njihovog položaja

# Razvoj geometrijskog mišljenja

- U nastavi geometrije učitelji **moraju** voditi računa o tome na koji način njihovi učenici percipiraju ravninu i prostor te geometrijske oblike u njima
- dobro je na umu imati tzv. **van Hieleovu teoriju geometrijskog mišljenja**

# Razine geometrijskog mišljenja prema van Hieleovoj teoriji

- razina 0: *Vizualizacija*
- razina 1: *Analiza*
- razina 2: *Neformalna dedukcija*
- razina 3: *Dedukcija*
- razina 4: *Strogost*

Više o van Hieleovoj teoriji možete pročitati u Zborniku radova 4. kongresa nastavnika matematike Republike Hrvatske (Zagreb, 2010.):

- **Neka razmišljanja o van Hieleovoj teoriji**  
*(Michael de Villiers)*
- **Geometrijsko mišljenje i prostorni zor u nastavi matematike u nižim razredima osnovne škole**  
*(Aleksandra Čižmešija; Renata Svedrec, Nikol Radović; Tanja Soucie)*

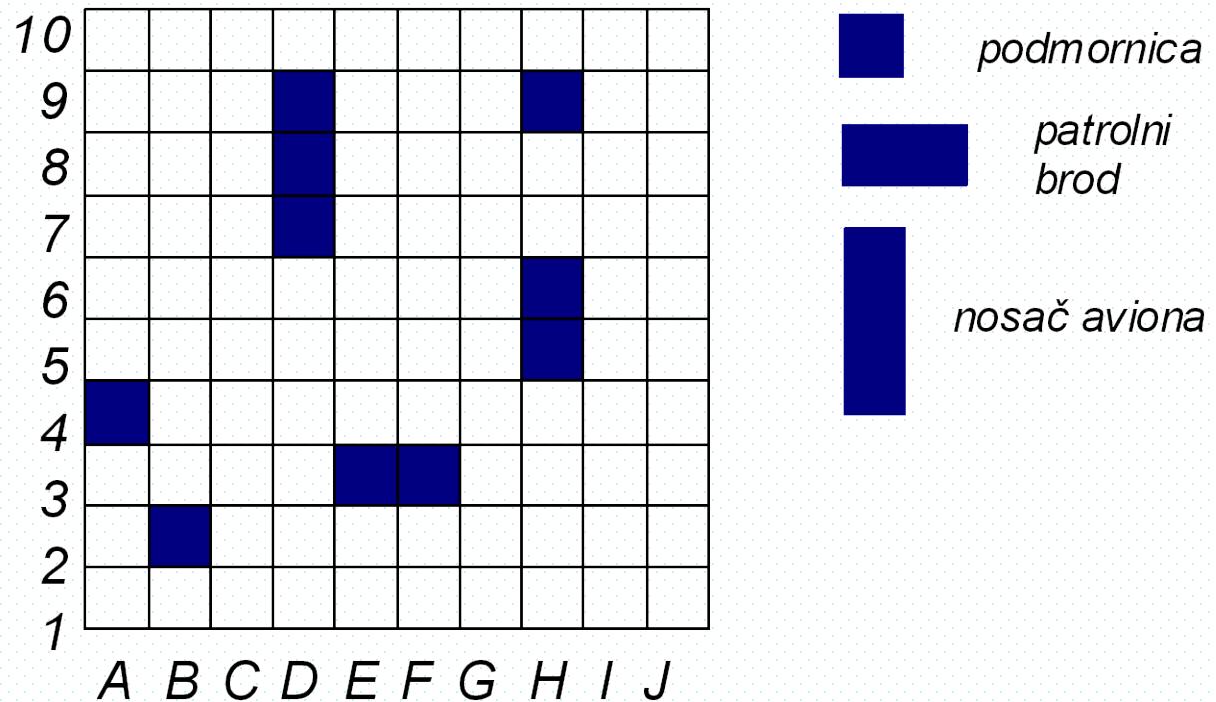
Uvažavajući rezultate van Hieleove teorije,  
**u Okvirnom matematičkom kurikulumu**  
od učenika se **na kraju drugoga odgojno-  
obrazovnog ciklusa**, tj. na završetku šestoga  
razreda osnovne škole očekuje da mogu:

## Na kraju 2. odgojno-obrazovnog ciklusa od učenika se očekuje da mogu (1):

- služiti se geografskim kartama i jednostavnim koordinatama u ravnini (kvadratna mreža), te odrediti udaljenost dviju točaka na brojevnom pravcu,

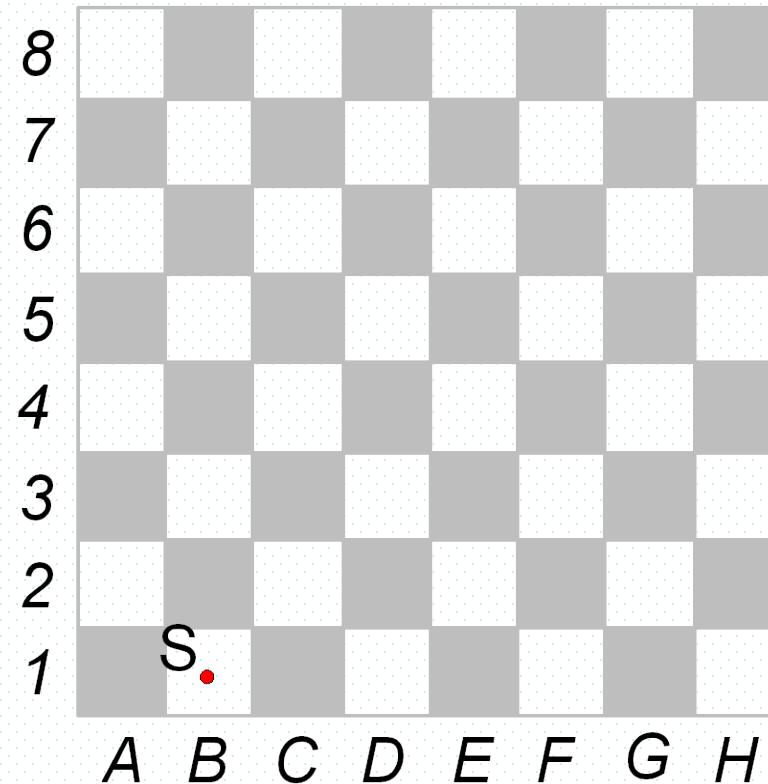
## Primjer 1a. Potapanje brodova

Koristeći uređene parove zapiši položaj svoje flote:



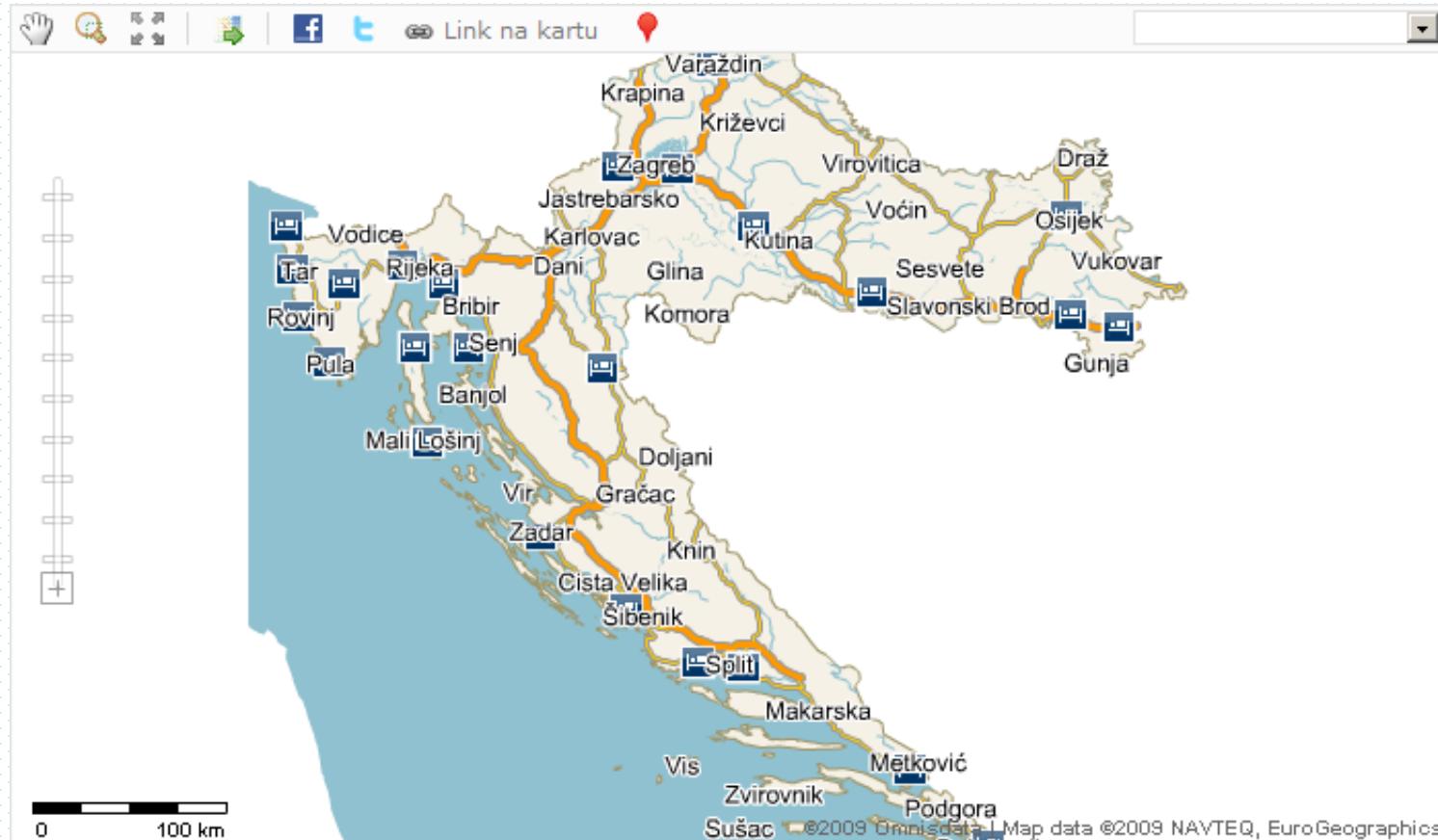
## Primjer 1b. Šah

Skakač se nalazi na polju  $B1$ . Nađi najmanje dva načina da taj skakač dođe na polje  $B7$ .



## Primjer 1c.

Snalaženje na geografskoj karti države i planu grada.



2010 © Omnisdata d.o.o. | Uvjeti korištenja | Oglasavanje | karte.hr Premium powered by GIS Cloud Vector Map Engine

Izvornik: <http://www.karte.hr>

# Primjer 1c. (nastavak)

**CroMaps**

Pomičite navigacijsku kartu, ili koristite strelice

**SPLIT**

TRAZI

- Gradske ulice
- Znamenitosti
- Institucije
- Kultura
- Financije
- Promet
- Turizam
- Ugostiteljstvo
- Gospodarstvo
- Trgovina
- Mediji
- Obrazovanje
- Zdravije
- Sport
- Zabava

© 2005 VA-COPY multimedia

Izvornik: <http://www.cromaps.com>

# Primjer 1d. Plan grada (1)

- U posjetu si Maji koja živi u Veselgradu. Na slici je plan grada.
- U grad ulaziš kroz ulicu lipa. Na prvom raskršću skrećeš lijevo, potom desno u prvu ulicu, pa ponovno lijevo na idućem raskršću.

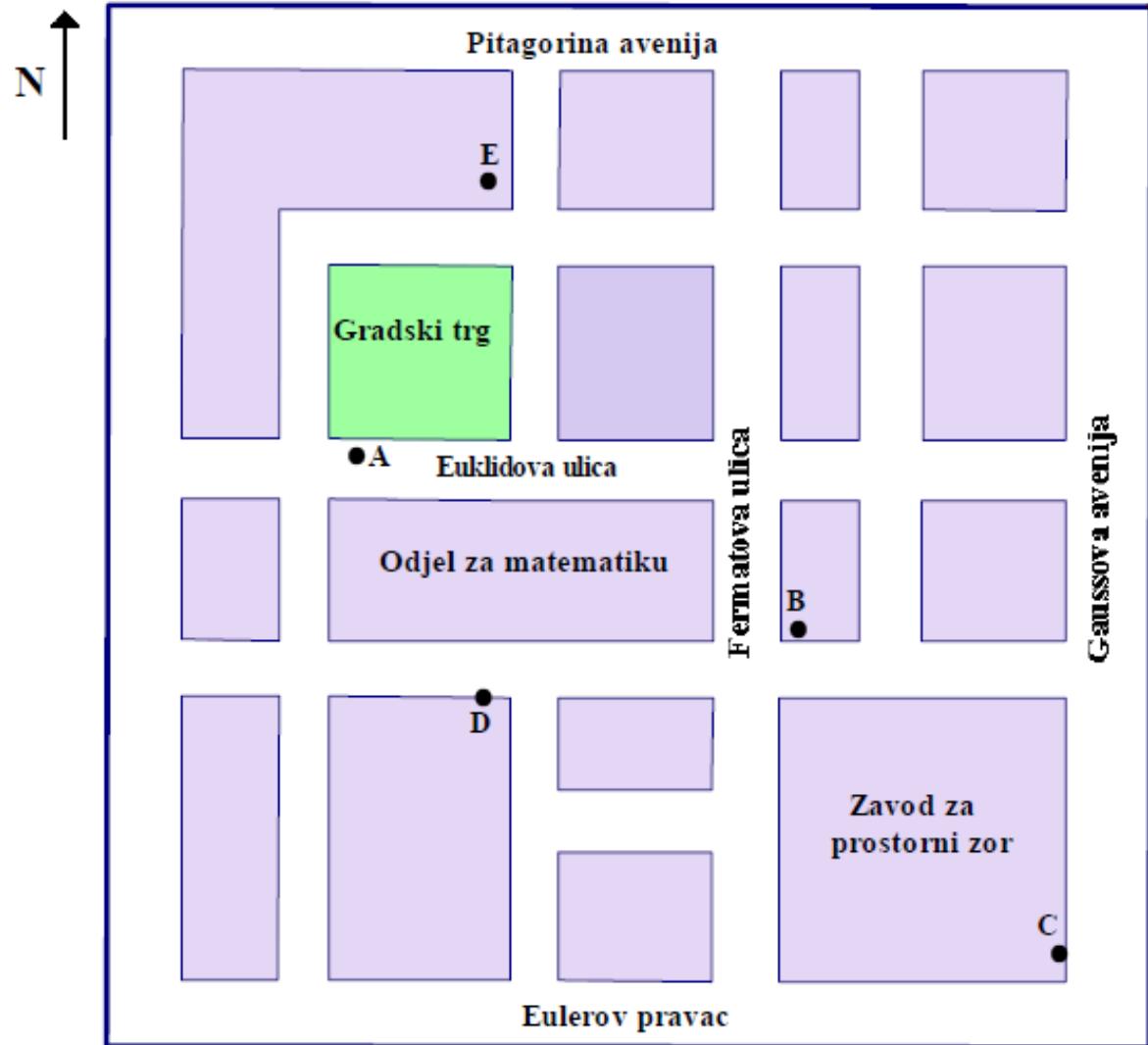
- Pogledaj plan i odgovori:
  - Gdje je Majina kuća?
  - Ako se nalaziš na Trgu veseljaka, kojim putem možeš doći do Majine kuće? Ima li još mogućnosti? Koji je put najkraći?



## Primjer 1e. Plan grada (2)

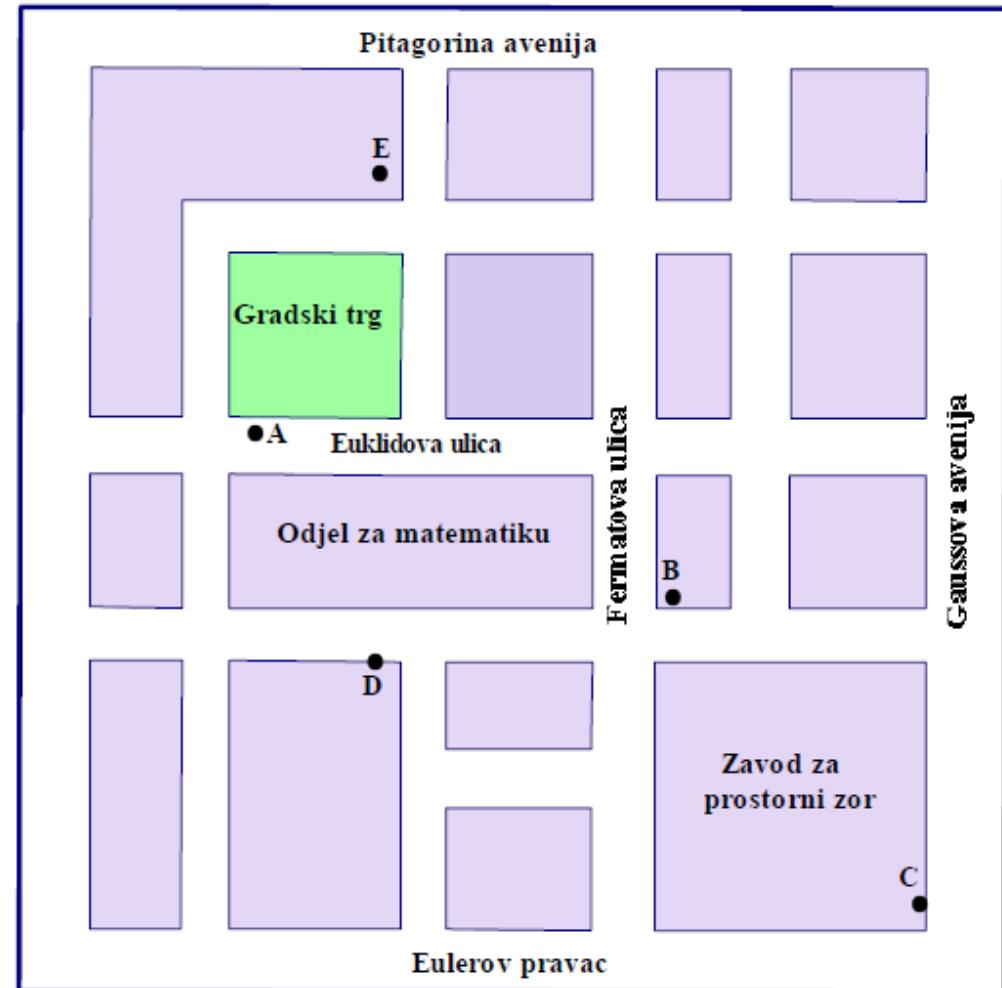
1. Osoba A nalazi se u Euklidovoj ulici tako da je Odjel za matematiku na njenoj desnoj strani. U kojem smjeru gleda?

- A. Prema sjeveru (N)
- B. Prema jugu
- C. Prema istoku
- D. Prema zapadu



## Primjer 1e. (nastavak)

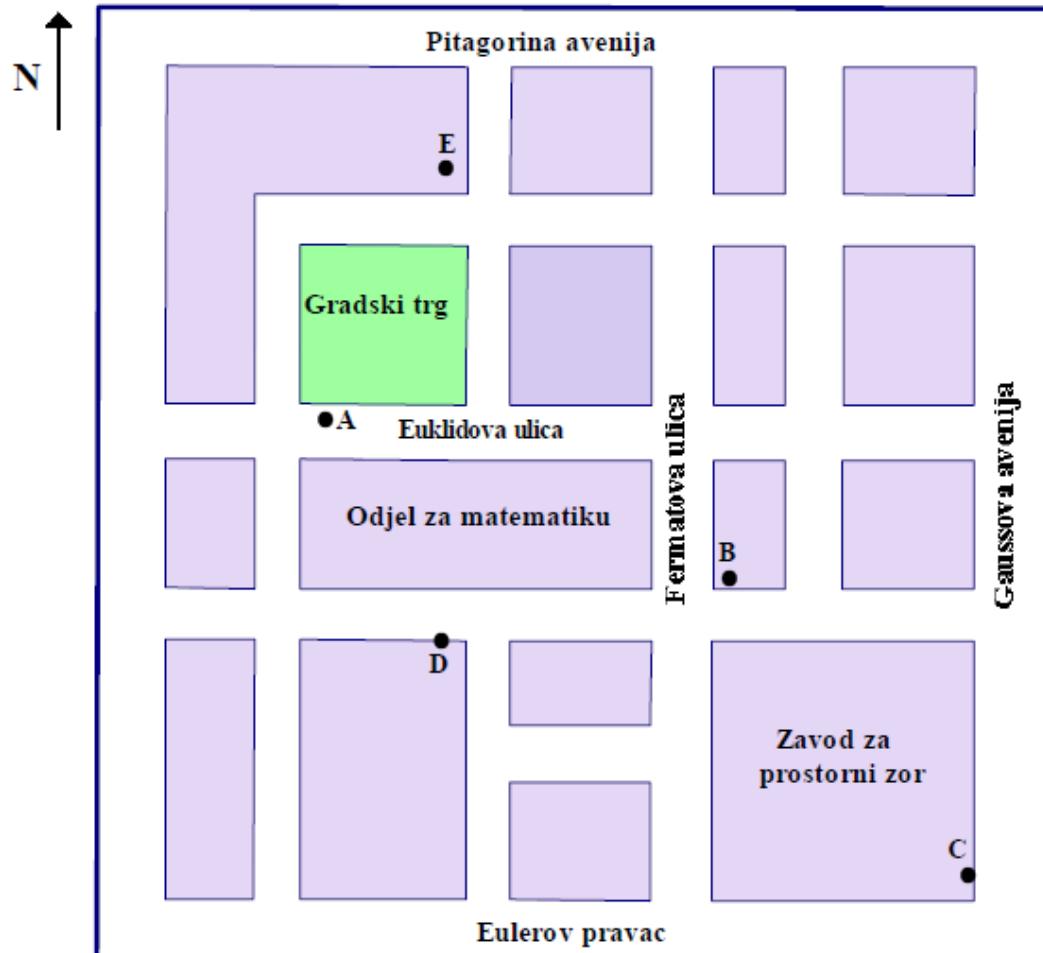
2. Osoba A kreće Euklidovom ulicom, te hoda do križanja s Fermatovom ulicom. Tada skreće desno, ide do idućeg raskršća, te skreće lijevo. Kako je osoba A smještena u odnosu na točku B?



- A. Sjeverno (N)
- B. Južno
- C. Istočno
- D. Zapadno

## Primjer 1e. (nastavak)

3. Osoba C kreće s položaja C. Prvo ide Gaussovom avenijom prema sjeveru, zatim drugom ulicom lijevo prema zapadu, te drugom lijevo prema jugu jedan blok zgrada. Koji je sad položaj osobe C?



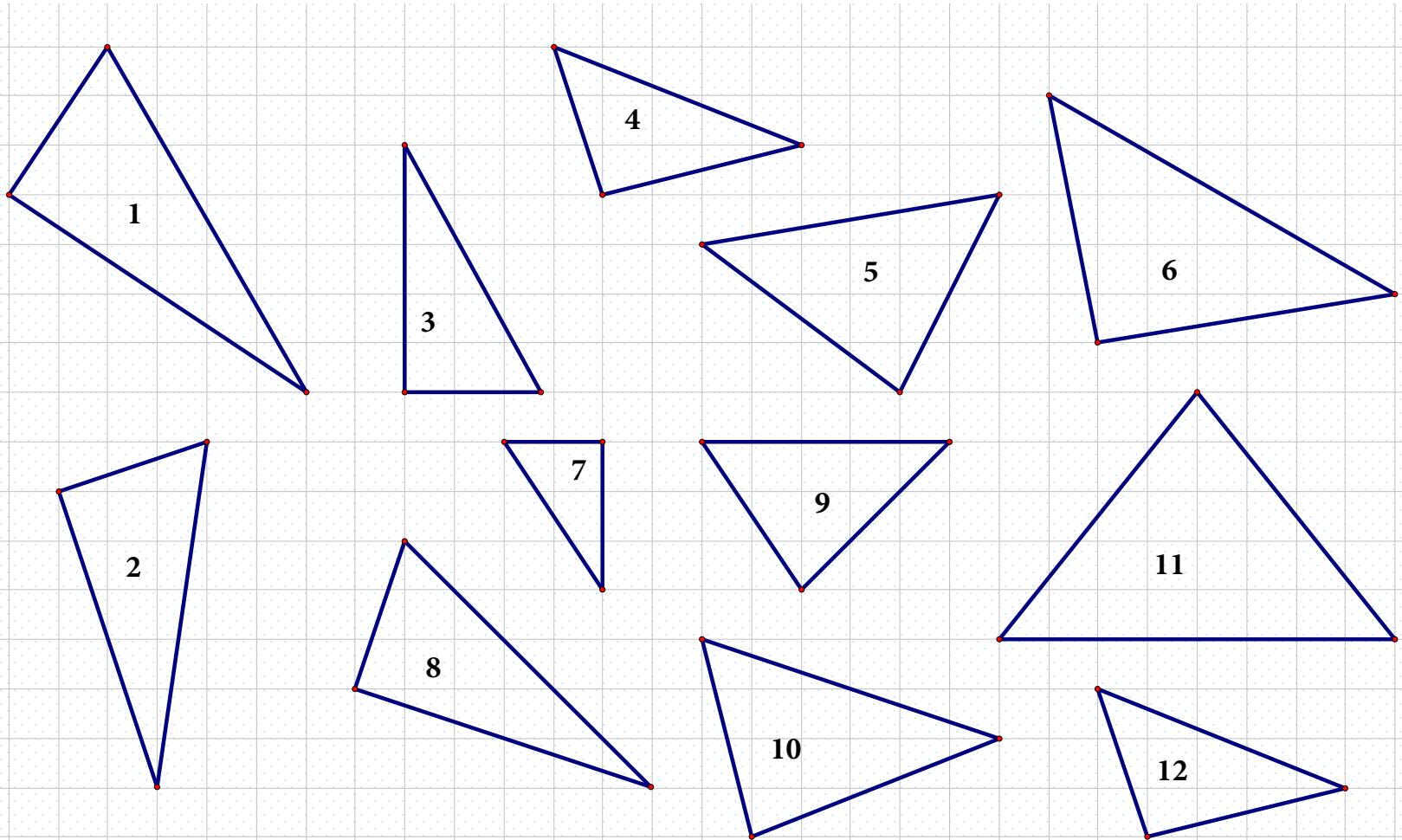
- A. Kod točke A
- B. Kod točke B
- C. Kod točke D
- D. Kod točke E

## **Na kraju 2. odgojno-obrazovnog ciklusa od učenika se očekuje da mogu (2):**

- prepoznati, imenovati, izgraditi, usporediti i klasificirati geometrijske oblike u ravnini i prostoru te istražiti, uočiti, opisati i primijeniti njihova geometrijska svojstva,

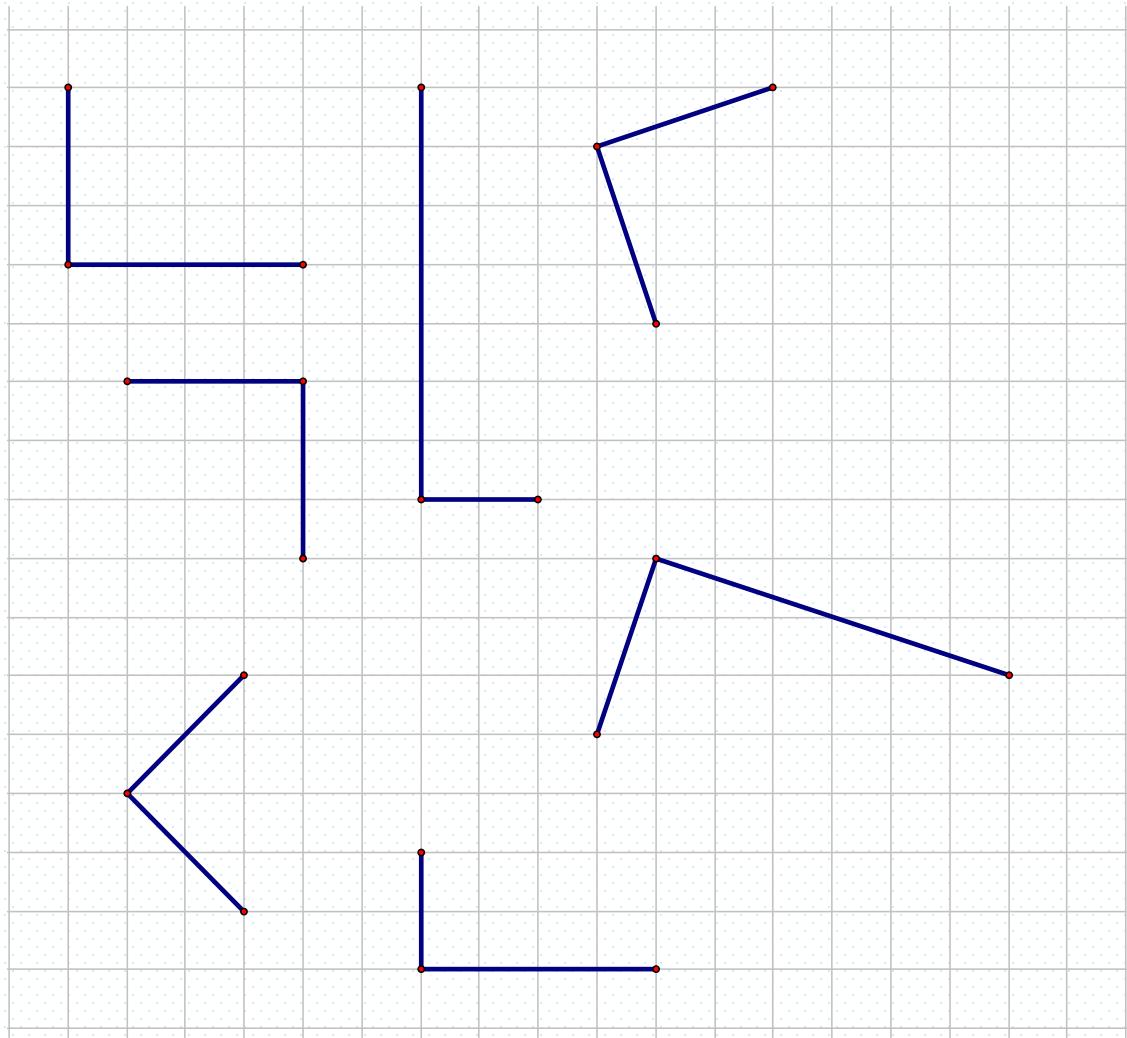
## Primjer 2a. Pravokutni trokuti

Koji od trokuta su pravokutni?



## Primjer 2b. Pravokutnici

Dovrši slike tako da četverokuti budu pravokutnici!



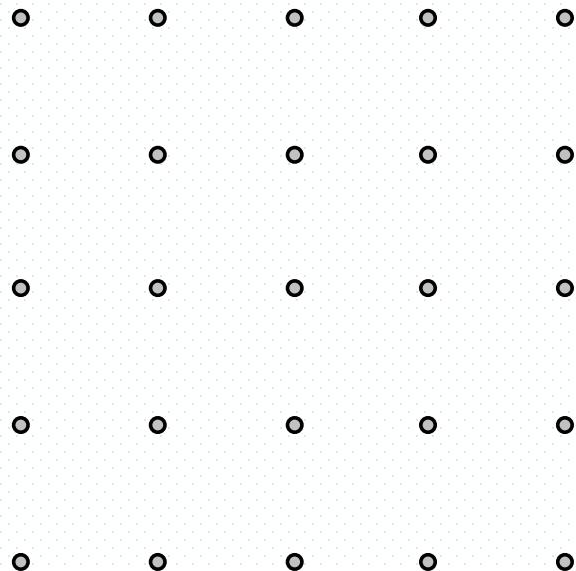
## **Na kraju 2. odgojno-obrazovnog ciklusa od učenika se očekuje da mogu (3):**

- skicirati jednostavne ravninske oblike, te ih nacrtati i konstruirati pomoću geometrijskog pribora i jednostavnog računalnog programa za crtanje,

### Primjer 3a. Kvadratna mreža točaka

Na priloženom listiću, s vrhovima u mreži točaka dimenzija  $5 \times 5$  kao na slici, nacrtaj što više:

- a) kvadrata,
- b) pravokutnika,
- c) pravokutnih trokuta,
- d) jednakokračnih trokuta,

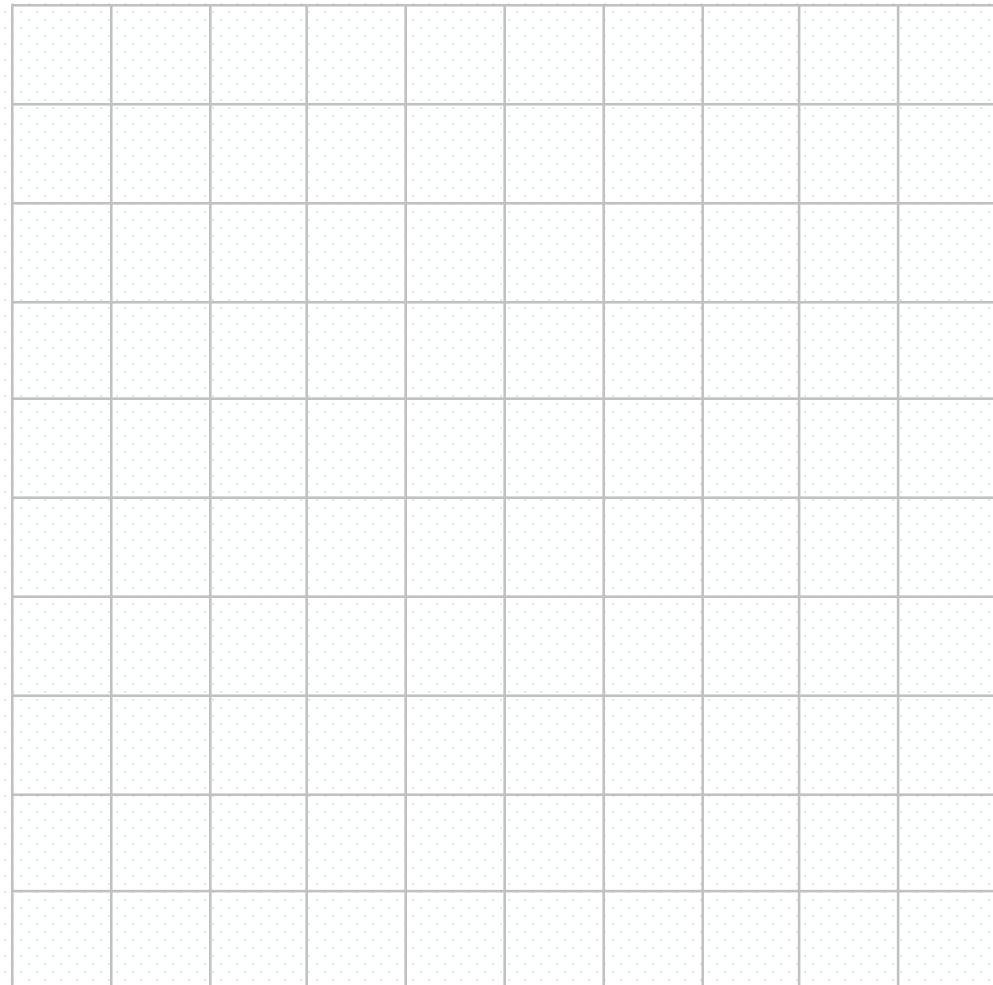


Možeš li nacrtati jednakostranični trokut?

## Primjer 3b. Mreža jediničnih kvadratića (1)

U mreži jediničnih kvadratića nacrtaj što više slova abecede kojima je:

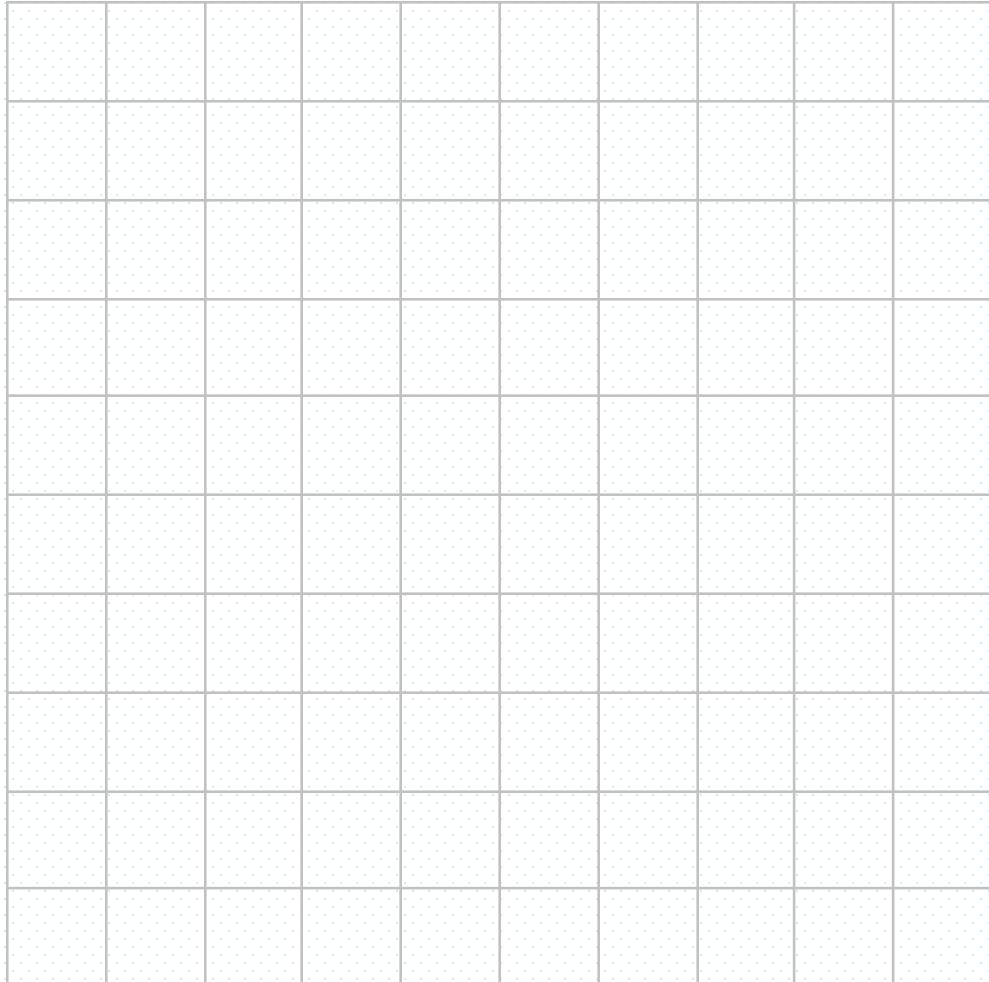
- a) Površina 8 ( $\text{cm}^2$ ).
- b) Površina 10 ( $\text{cm}^2$ ).
- c) Površina 15 ( $\text{cm}^2$ ).



### Primjer 3c. Mreža jediničnih kvadratića (2)

U mreži jediničnih kvadratića nacrtaj najmanje dva lika kojima je:

- a) Opseg 10 (cm).
- b) Opseg 14 (cm).



## **Na kraju 2. odgojno-obrazovnog ciklusa od učenika se očekuje da mogu (4):**

- nacrtati i konstruirati osnosimetričnu i centralnosimetričnu sliku jednostavnih ravninskih likova, te prepoznati sukladne trokute, centralnosimetrične i osnosimetrične likove,

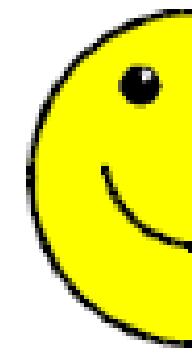
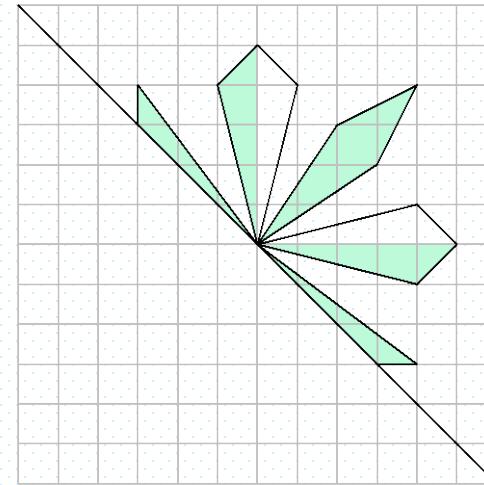
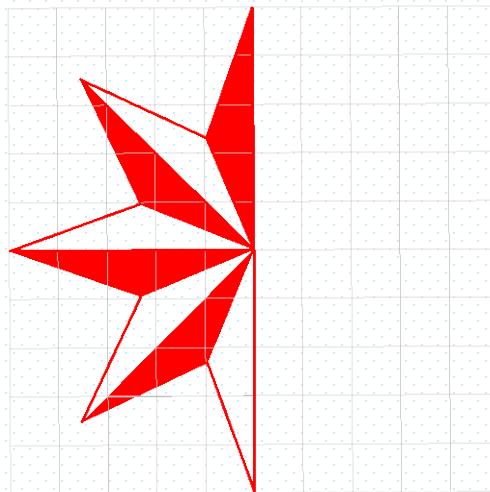
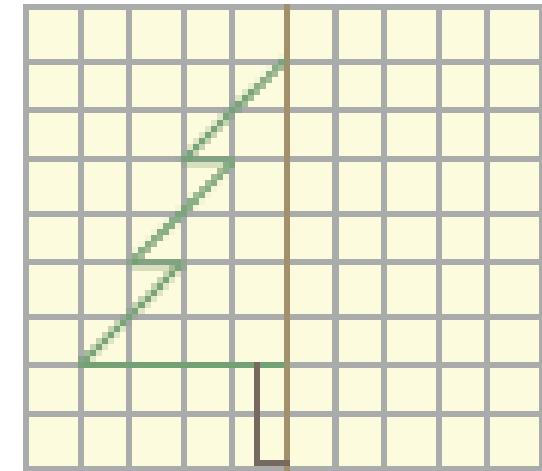
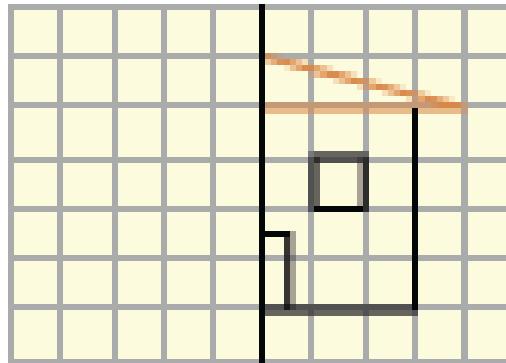
## Primjer 4a. Presavijeni papir

List papira tri smo puta preklopili na pola i onda ga potpuno odmotali, tako da - kada gledamo sa strane - vidimo 7 pregiba kako se dižu i spuštaju. Koju od sljedećih slika **ne možemo** napraviti na taj način?

- A) 
- B) 
- C) 
- D) 
- E) 

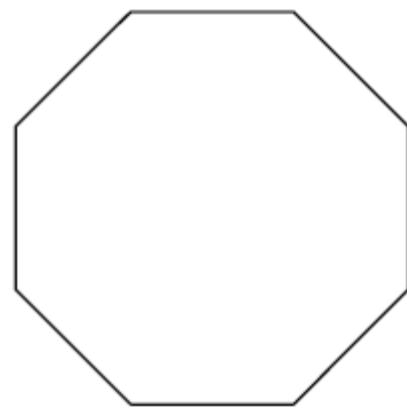
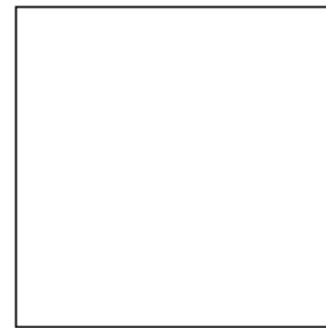
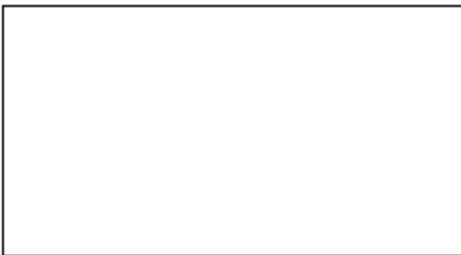
## Primjer 4b. Dovrši sliku... (1)

Dovrši sliku (u mreži kvadratiča)



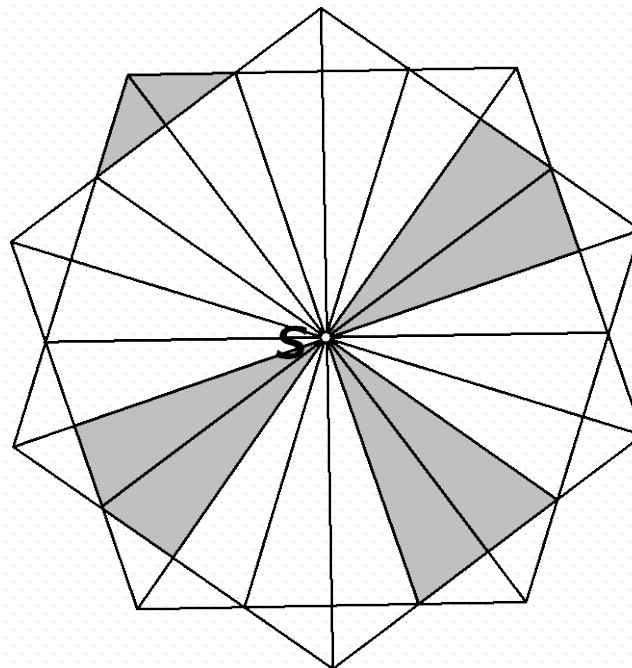
## Primjer 4c. Dovrši sliku... (2)

Nacrtaj sve osi simetrije zadanih likova:



## Primjer 4d. Dovrši sliku... (3)

Na slici oboji **najmanji** broj polja kako bi lik postao centralnosimetričan u odnosu na točku S:

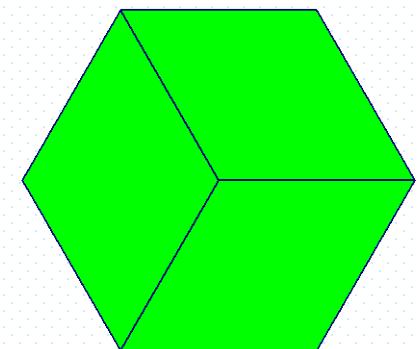
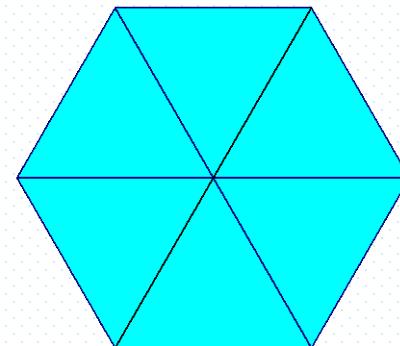
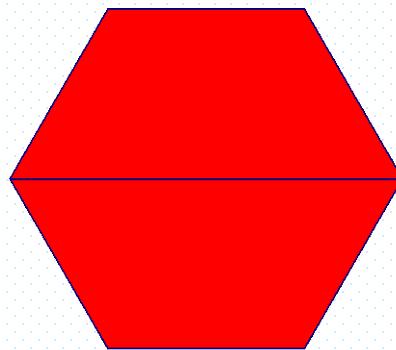
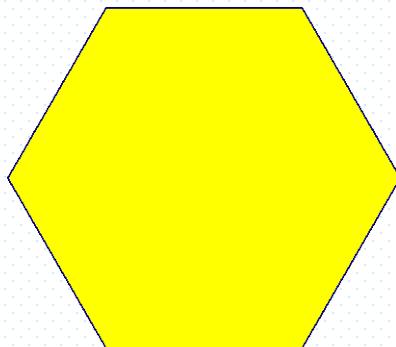


## **Na kraju 2. odgojno-obrazovnog ciklusa od učenika se očekuje da mogu (5):**

- istražiti i predvidjeti rezultate sastavljanja i rastavljanja složenijih ravninskih i prostornih oblika rabeći konkretnе materijale,

## Primjer 5a. Složi trokut

Izreži likove po linijama. Napravi i nacrtaj što više trokuta koje možeš dobiti pomoću zadanih oblika, ali tako da se oblici ne preklapaju.



## Primjer 5a. (nastavak)

- Na koliko načina možeš izgraditi različite trokute koristeći dva, tri ili četiri oblika (bilo koje vrste)?
- Možeš li izgraditi trokut koristeći svih dvanaest oblika? Kako? Ako ne možeš, koji ti oblik nedostaje?
- Koji je najveći trokut koji možeš napraviti koristeći zadane oblike?

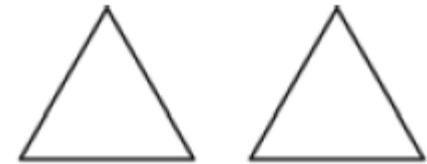
## Primjer 5b. Dva jednakostranična trokuta

Katja se igra kartama u obliku dva jednakostranična trokuta.

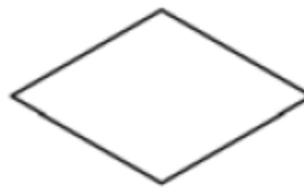
Ona stavlja te karte jednu pored druge ili jednu na drugu na isti komad papira.

Zatim crta njihove obrise. Od prikazanih oblika samo jedan **nije mogla** nacrtati na taj način.

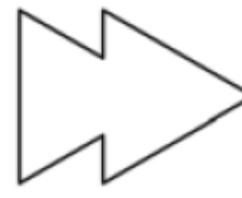
Koji?



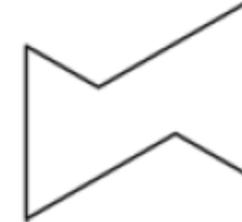
A)



B)



C)



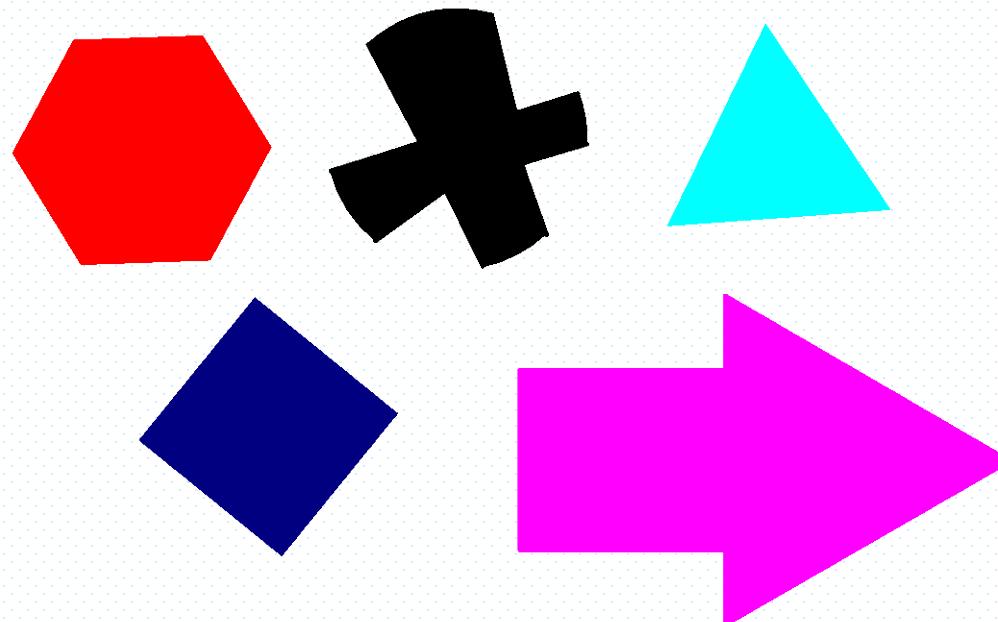
D)



E)

## Primjer 5c. Presavijanje papira

Tiana i Lana ne mogu se dogovoriti tko je u pravu. Naime Tiana tvrdi da se svi oblici na slikama mogu dobiti presavijanjem i rezanjem papira. Lana kaže suprotno. Tko je u pravu? Obrazloži svoj odgovor.

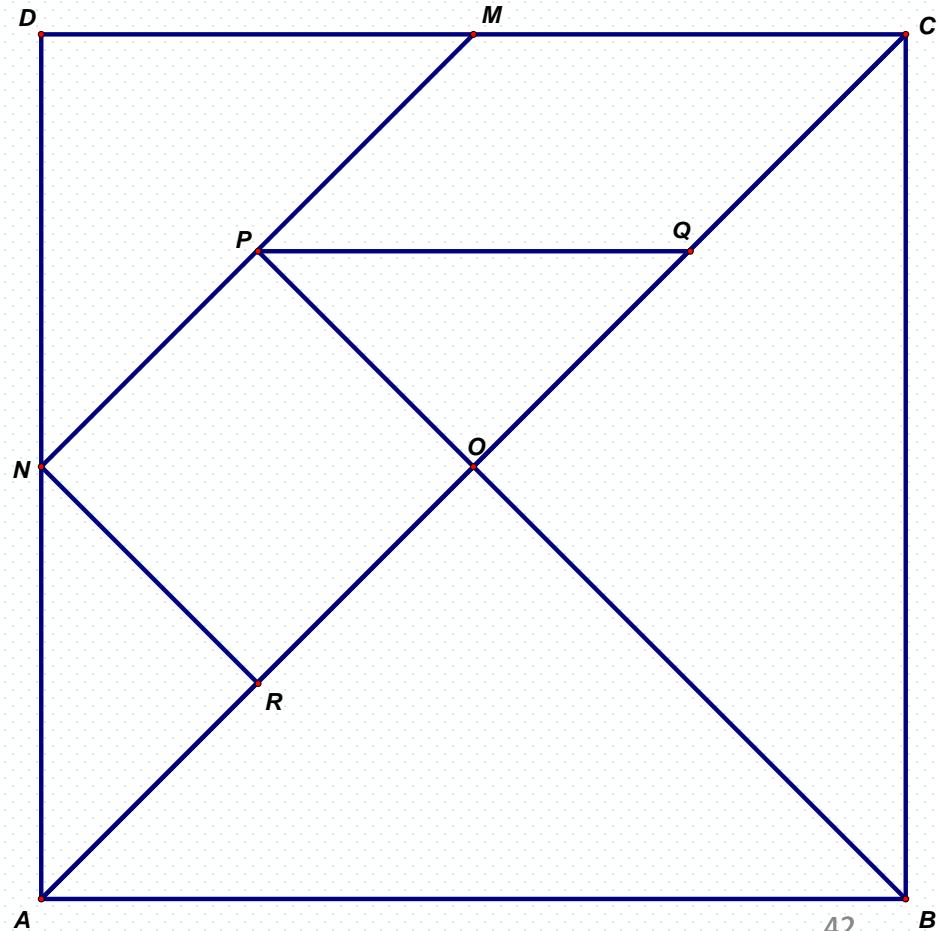


## Primjer 5d. *Tangram*

Stara kineska slagalica ima velike mogućnosti u nastavi matematike.

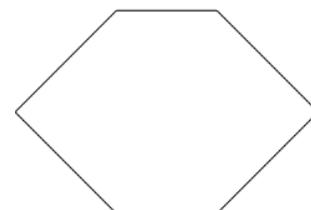
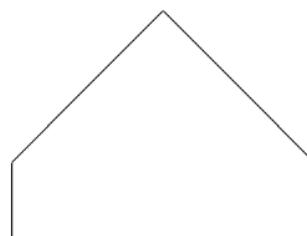
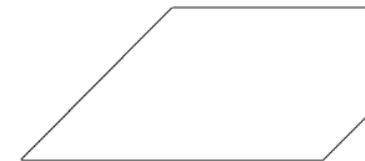
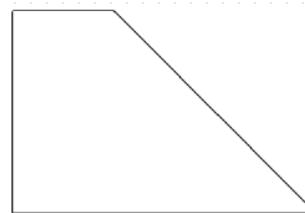
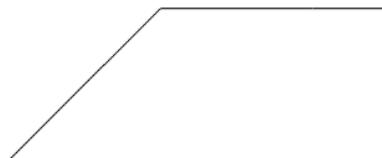
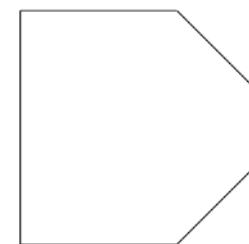
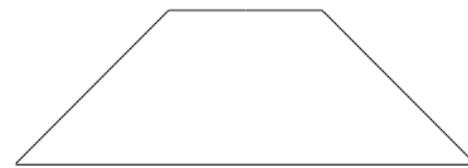
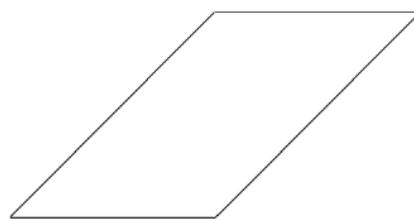
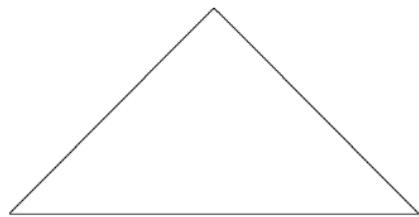
Tangram se sastoji od sedam dijelova:

- pet jednakokračnih pravokutnih trokuta
- dva četverokuta  
(kvadrat i paralelogram)



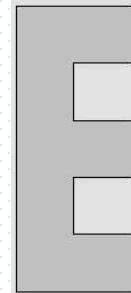
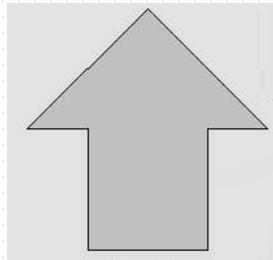
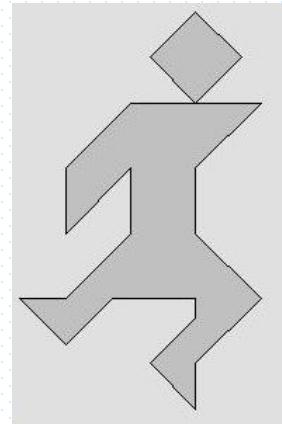
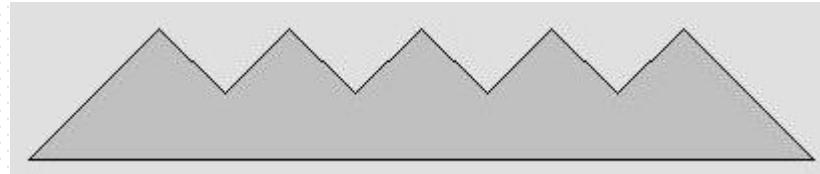
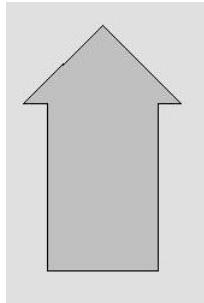
## Tangram (nastavak)

- Koristeći dijelove tangrama sastavi sve moguće (konveksne) mnogokute.  
(Moguće je sastaviti 13 nesukladnih mnogokuta:  
1 trokut, 6 četverokuta, 2 peterokuta i 4 šesterokuta.)
  
- Uz pretpostavku da je duljina stranice početnog kvadrata jednaka 1 (dm), izračunaj opsege svih dobivenih mnogokuta.



# Tangram (nastavak)

- Koristeći dijelove tangrama sastavi likove prikazane donjim slikama.

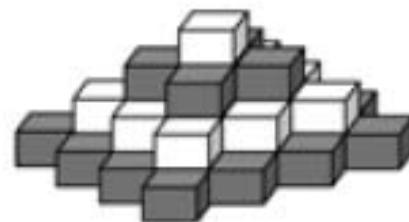


## Primjer 5e. „Cvijet” od kockica

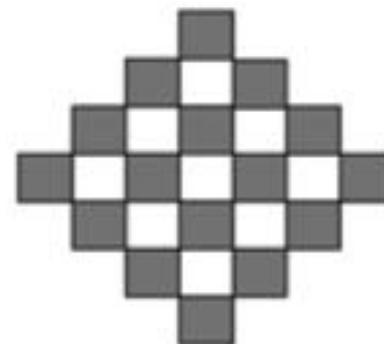
U trgovini igračaka složen je „cvijet” od kockica na četiri kata kako prikazuje slika 1. Svaki kat čine kockice iste boje.

Na drugoj slici cvijet gledamo s vrha.

Koliko nam je bijelih kockica potrebno da bismo sagradili takav „cvijet”?



Slika 1.



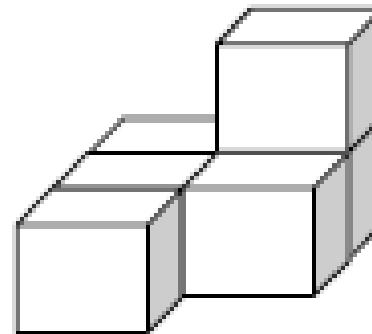
Slika 2.

## **Na kraju 2. odgojno-obrazovnog ciklusa od učenika se očekuje da mogu (6):**

- rabeći makete te kvadratne i trokutaste mreže točaka skicirati prostorne oblike sastavljene od kocaka i njihove tlocrte, nacrte i bokocrte,

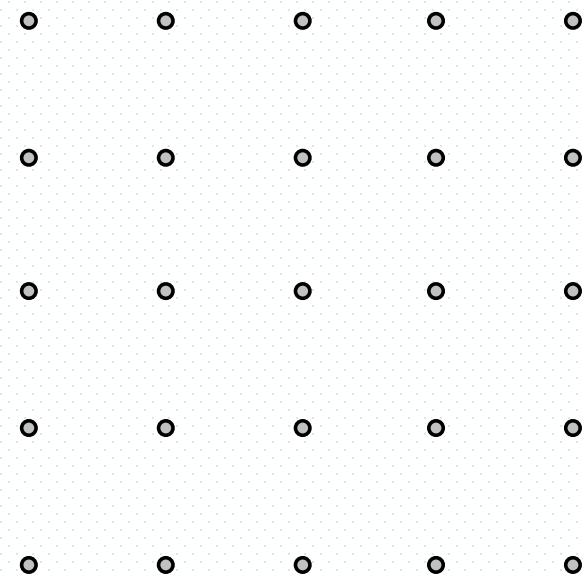
## Primjer 6a. Pogledi (1)

Promotri sliku:



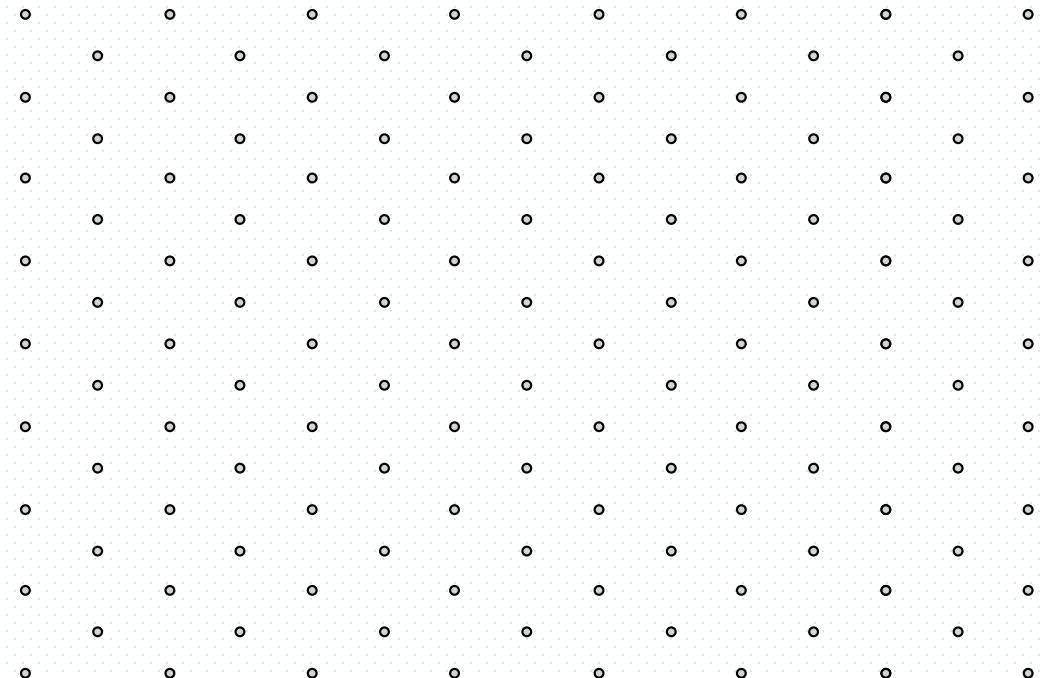
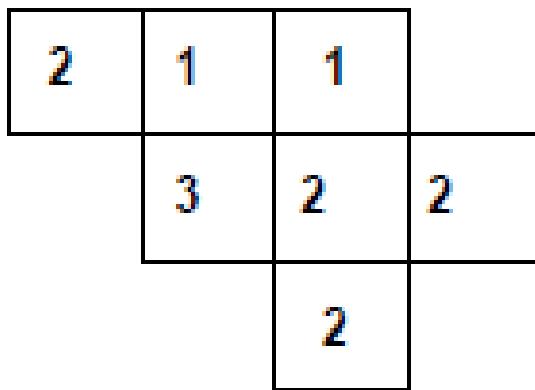
U kvadratnoj mreži točaka nacrtaj:

- a) pogled sprijeda,
- b) pogled odozgo,
- c) pogled zdesna,
- d) pogled slijeva,
- e) pogled straga.



## Primjer 6b. Pogledi (2)

Pomoću kockica složi, a zatim nacrtaj građevinu prema tlocrtu i naznačenoj „visini“ stupca.



## **Na kraju 2. odgojno-obrazovnog ciklusa od učenika se očekuje da mogu (7):**

- prepoznati geometrijske oblike, sukladnost i simetriju u svijetu oko sebe, te ih primjenjivati.

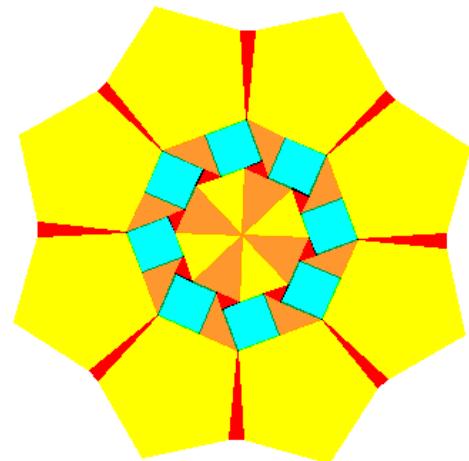
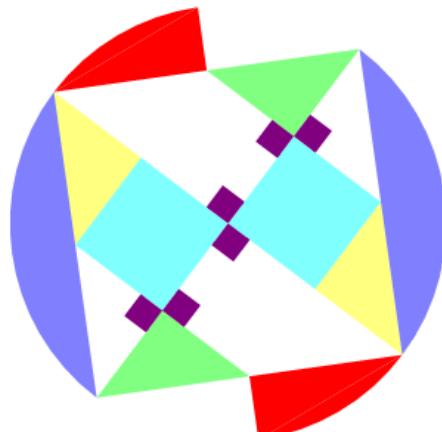
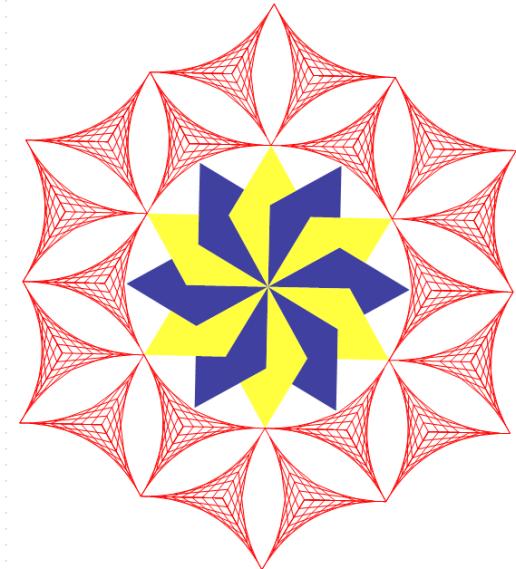
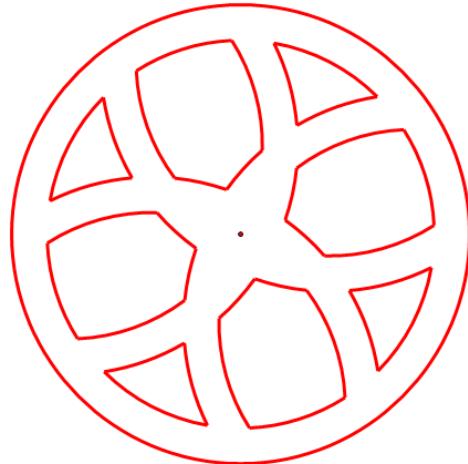
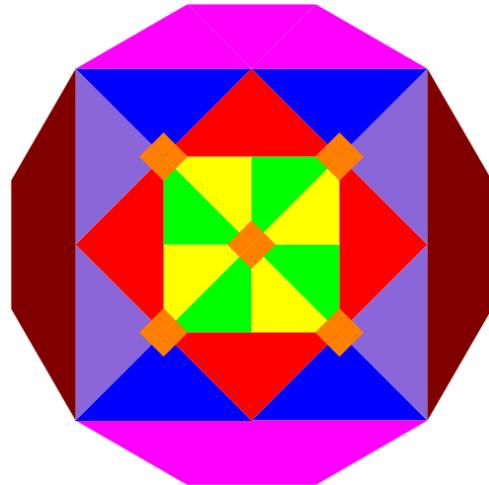
## Primjer 7a. Simetrije (1)

### Osnova i/ili centralna simetrija?



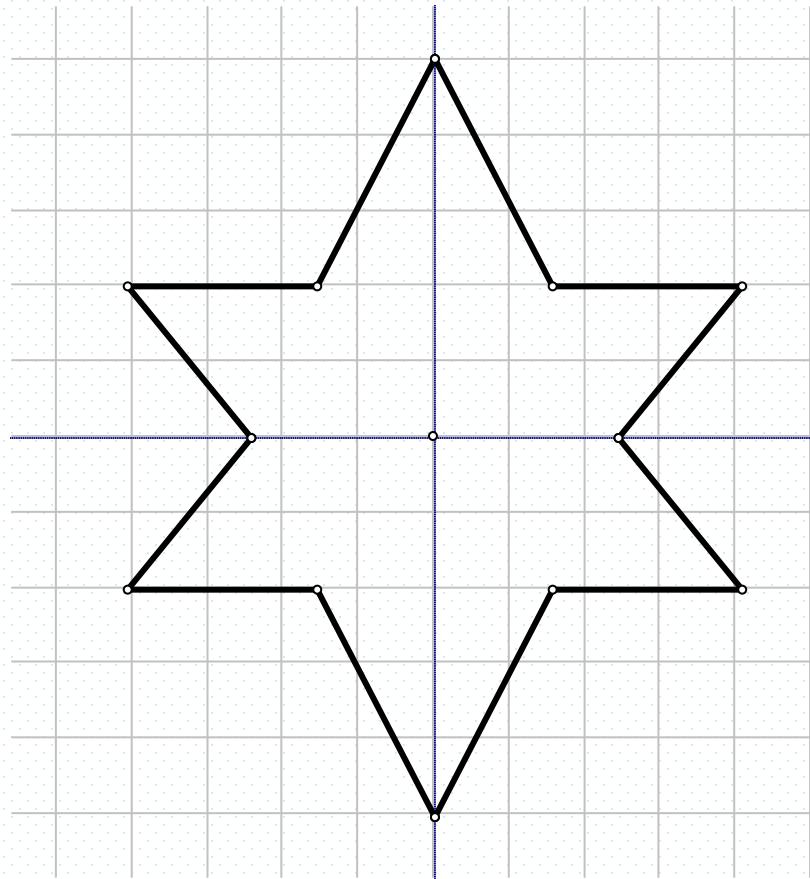
## Primjer 7b. Simetrije (2)

Osnova i/ili centralna simetrija?



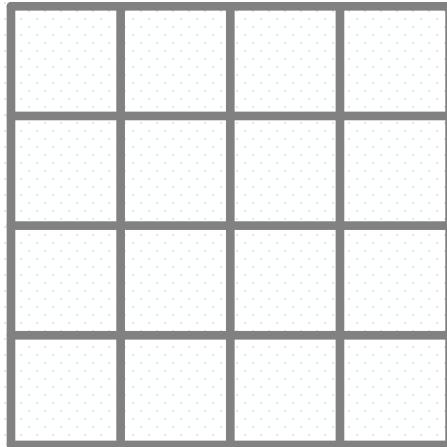
## Primjer 7c. Simetrije (3)

Lik na slici ima dvije osi simetrije. Izračunaj njegovu površinu na što jednostavniji način.



## Primjer 7d. Simetrije (4)

Kvadrat na slici podijeli duž nacrtanih linija na dva sukladna dijela.



- a) Koliko je različitih (nesukladnih) mogućnosti?
- b) Koliki su opsezi dobivenih dijelova u svakom slučaju?

► Uvažavajući rezultate van Hieleove teorije,  
**u Okvirnom matematičkom kurikulumu**  
od učenika se **na kraju trećega odgojno-  
obrazovnog ciklusa**, tj. na završetku osnovne  
škole očekuje da mogu:

## Na kraju 3. odgojno-obrazovnog ciklusa od učenika se očekuje da mogu (1):

- nacrtati u pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini točku zadalu koordinatama i pravac zadan jednadžbom, očitati koordinate točke, te primijeniti koordinatnu geometriju za prikazivanje i istraživanje svojstava geometrijskih oblika,

## Primjer 1a. Brojevni pravac

- Na brojevnom pravcu točka  $T$  je tri puta bliže točki  $A(-5)$  nego točki  $B(1)$ . Odredi koordinate točke  $T$ .

## Primjer 1b. Koordinatni sustav u ravini (1)

- Točke  $A(0, 0)$ ,  $B(2, 5)$  i  $C(5, 5)$  su tri vrha paralelograma.
  - Odredi koordinate četvrtog vrha.
  - Koliko rješenja ima taj zadatak?
  - Odredi ih sva!

## Primjer 1c. Koordinatni sustav u ravni (2)

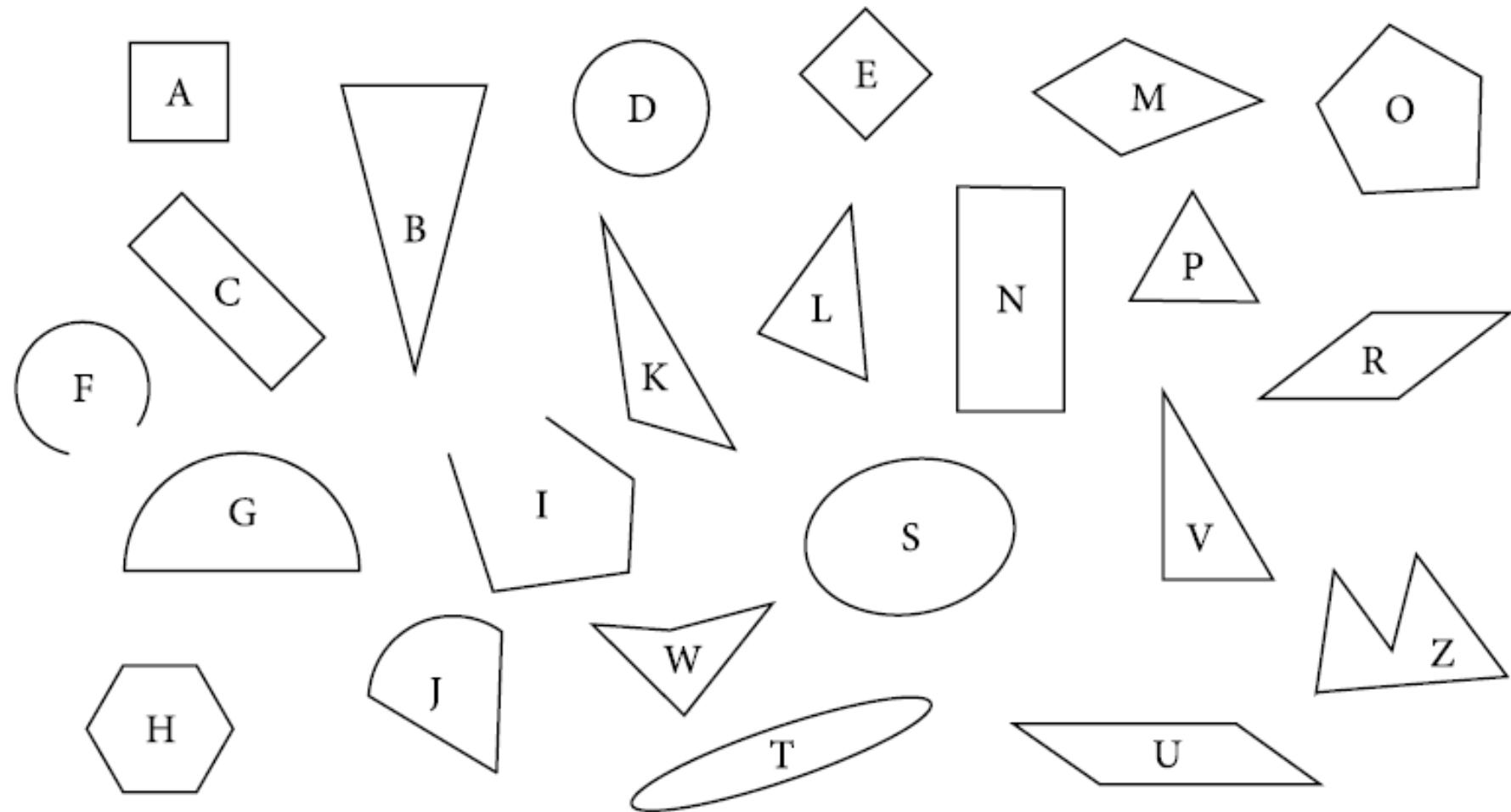
- Točke  $A(3, 0)$  i  $C(5, 0)$  vrhovi su osnovice jednakokračnog trokuta  $ABC$ .
  - Koje su moguće koordinate vrha  $B$ ?
  - Postoji li jedno ili više rješenja?
  - Koje su koordinate vrha  $B$ , ako je površina trokuta  $ABC$  jednaka 6 kvadratnih jedinica?

## **Na kraju 3. odgojno-obrazovnog ciklusa od učenika se očekuje da mogu (2):**

- prepoznati, imenovati, izgraditi i klasificirati ravninske i prostorne geometrijske oblike, te istražiti, uočiti i precizno opisati njihova geometrijska svojstva,

## Primjer 2a. Grupiranje / klasifikacija (1)

Grupiraj likove koji po tvom mišljenju spadaju u istu skupinu. Obrazloži svoj način grupiranja.

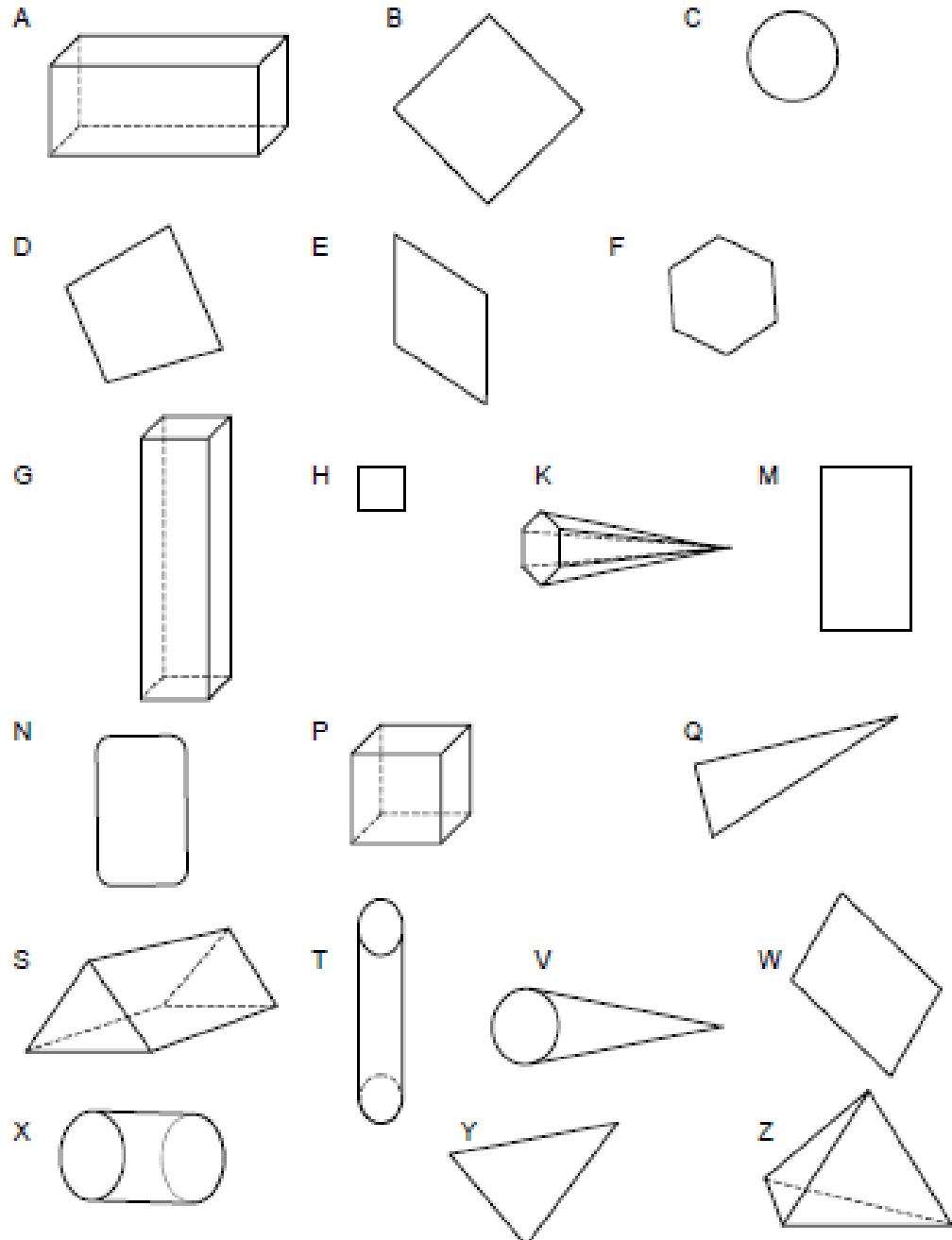


## Primjer 2b.

*Grupiranje /  
klasifikacija (2)*

Koji objekti  
spadaju u istu  
skupinu?

Objasni razlog  
takvog grupiranja.  
Postoji li neki drugi  
način?



## **Na kraju 3. odgojno-obrazovnog ciklusa od učenika se očekuje da mogu (3):**

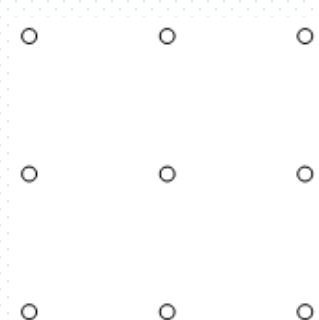
- primijeniti osnovne odnose i zakonitosti vezane uz ravninske i prostorne geometrijske oblike, uključujući sukladnost i sličnost trokuta,

### Primjer 3a. Kvadratna mreža točaka

Na priloženom listiću, s vrhovima u mreži točaka dimenzija  $3 \times 3$ , kao na slici, nacrtaj što više nesukladnih četverokuta.

Nacrtane četverokute grupiraj prema uočenim svojstvima:

- imaju li ili nemaju pravi kut,
- jesu li ili nisu osnosimetrični
- jesu li ili nisu centralnosimetrični
- imaju li ili nemaju stranice jednakih duljina, ...



## Primjer 3b. Sukladne slike (1)

Koja je slika sukladna gornjoj slici?



**A**



**B**



**C**



**D**

## Primjer 3b. Sukladne slike (2)

Koja je slika sukladna gornjoj slici?



**A**



**B**



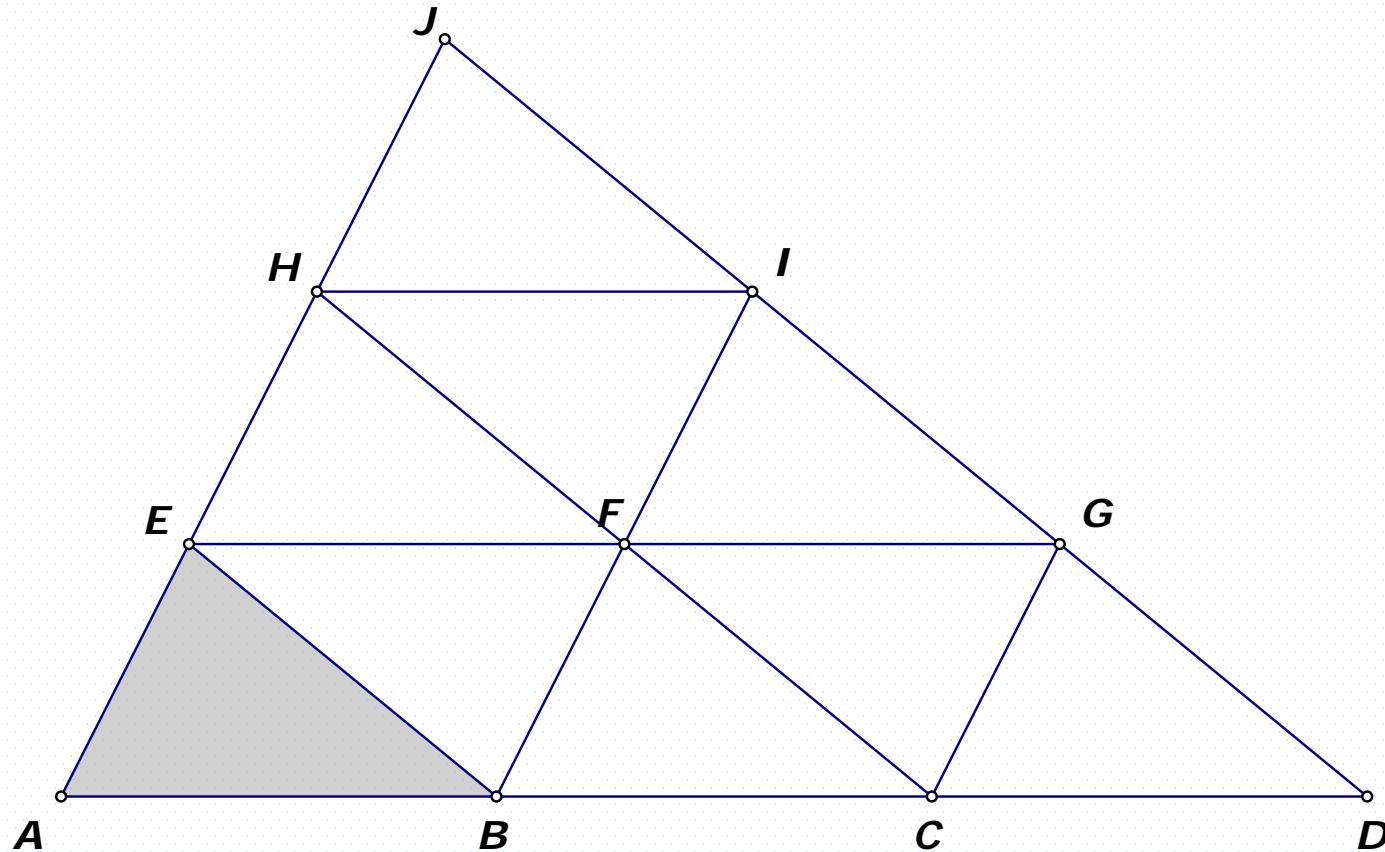
**C**



**D**

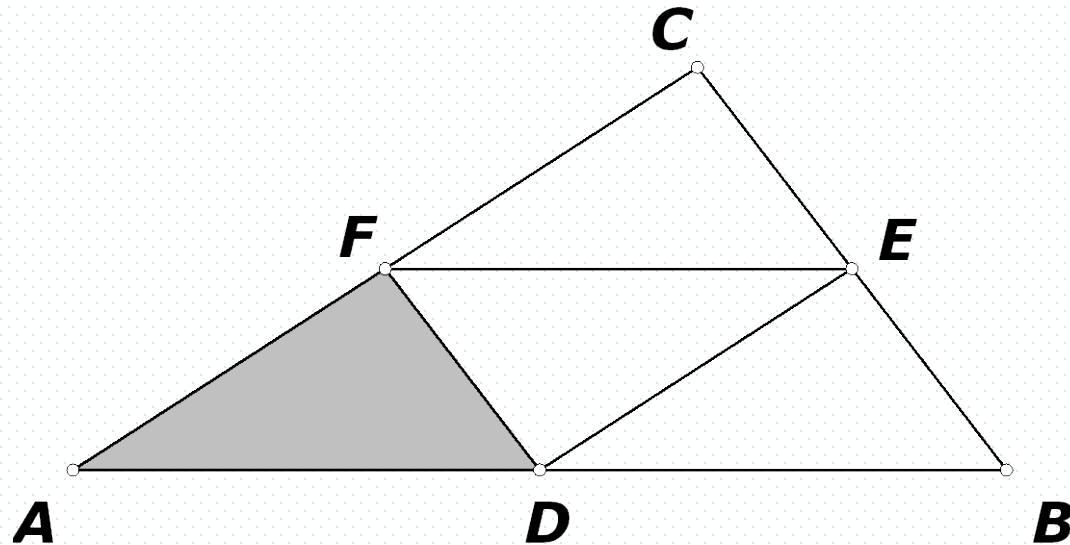
### Primjer 3c. Sukladni trokuti

Koliki je broj na slici označenih trokuta koji su sukladni trokutu  $\Delta ABE$ ?



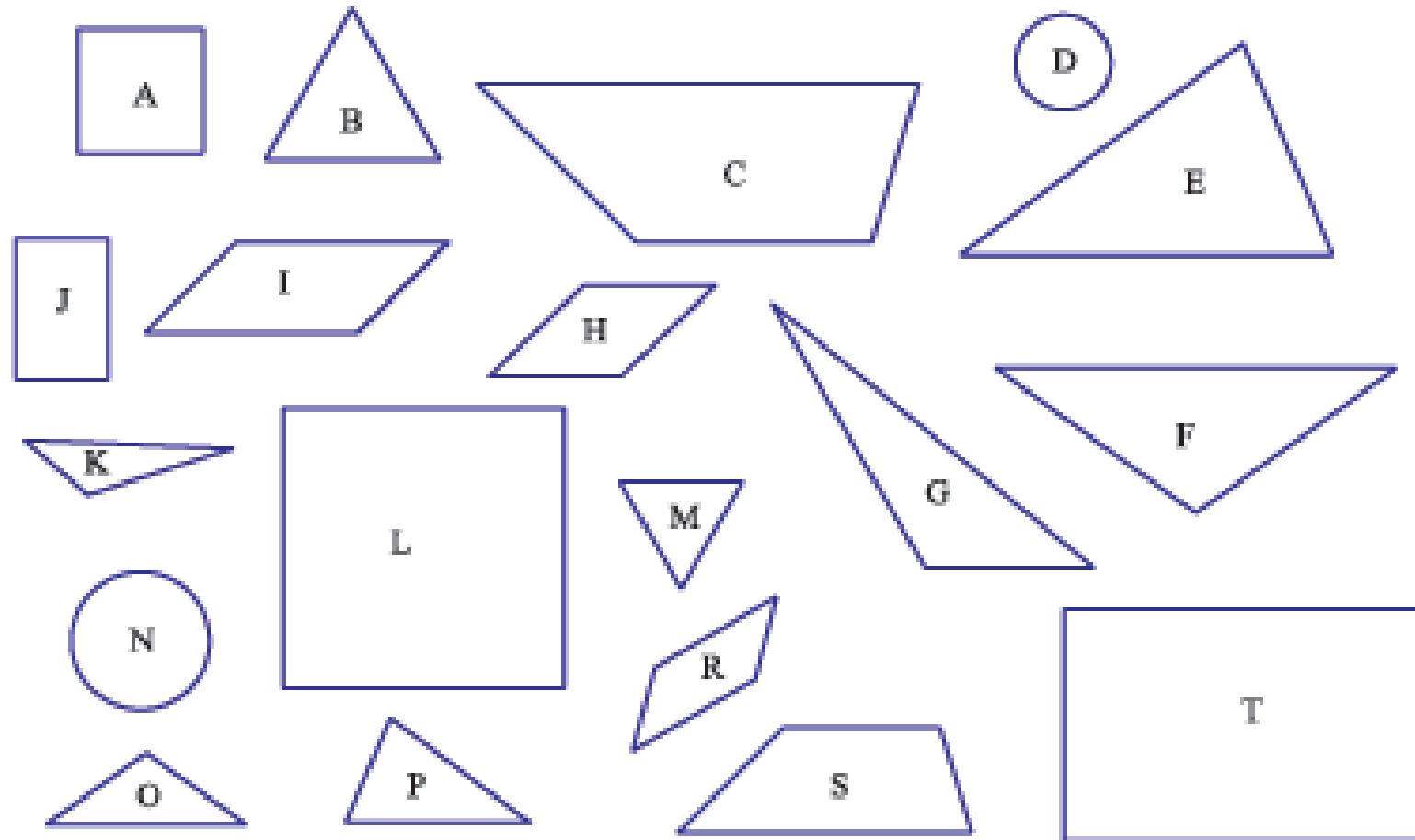
## Primjer 3d. Slični trokuti

Koliki je broj na slici označenih trokuta koji su slični trokutu  $\Delta ADF$ ?



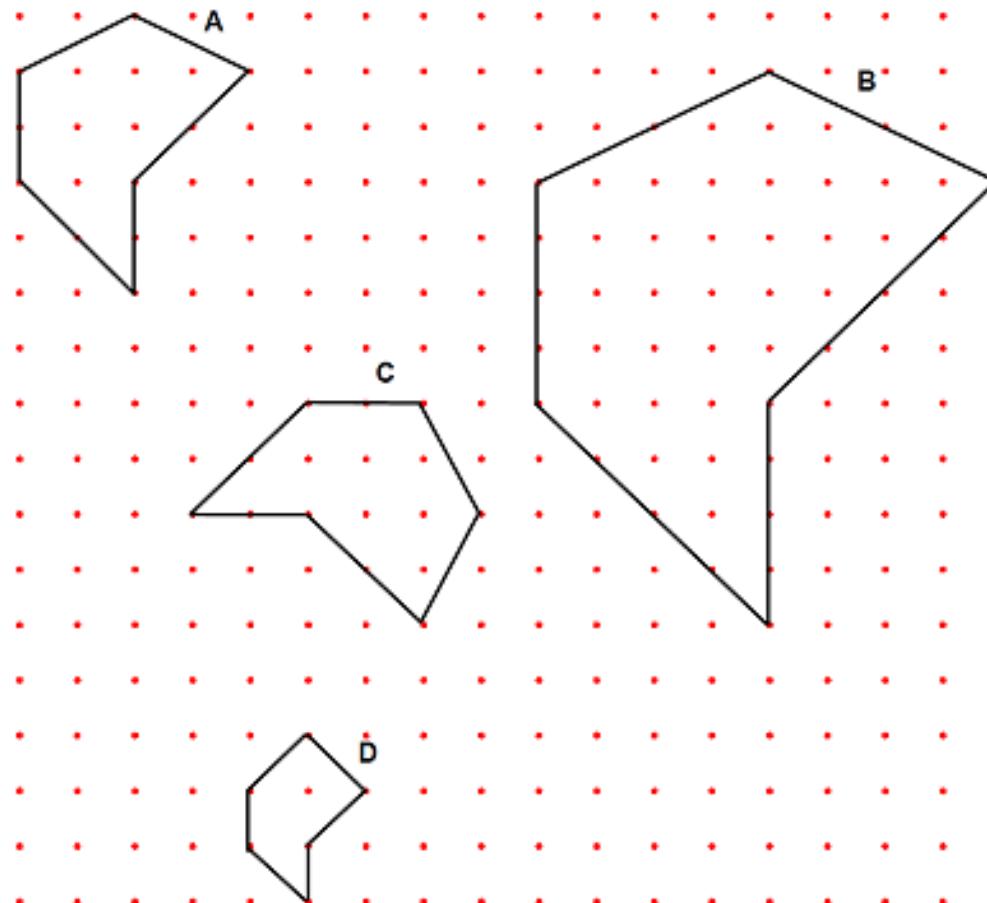
## Primjer 3e. Sličnost (1)

Pronađi parove sličnih likova i oboji ih istom bojom. Koji lik nema svoj par?



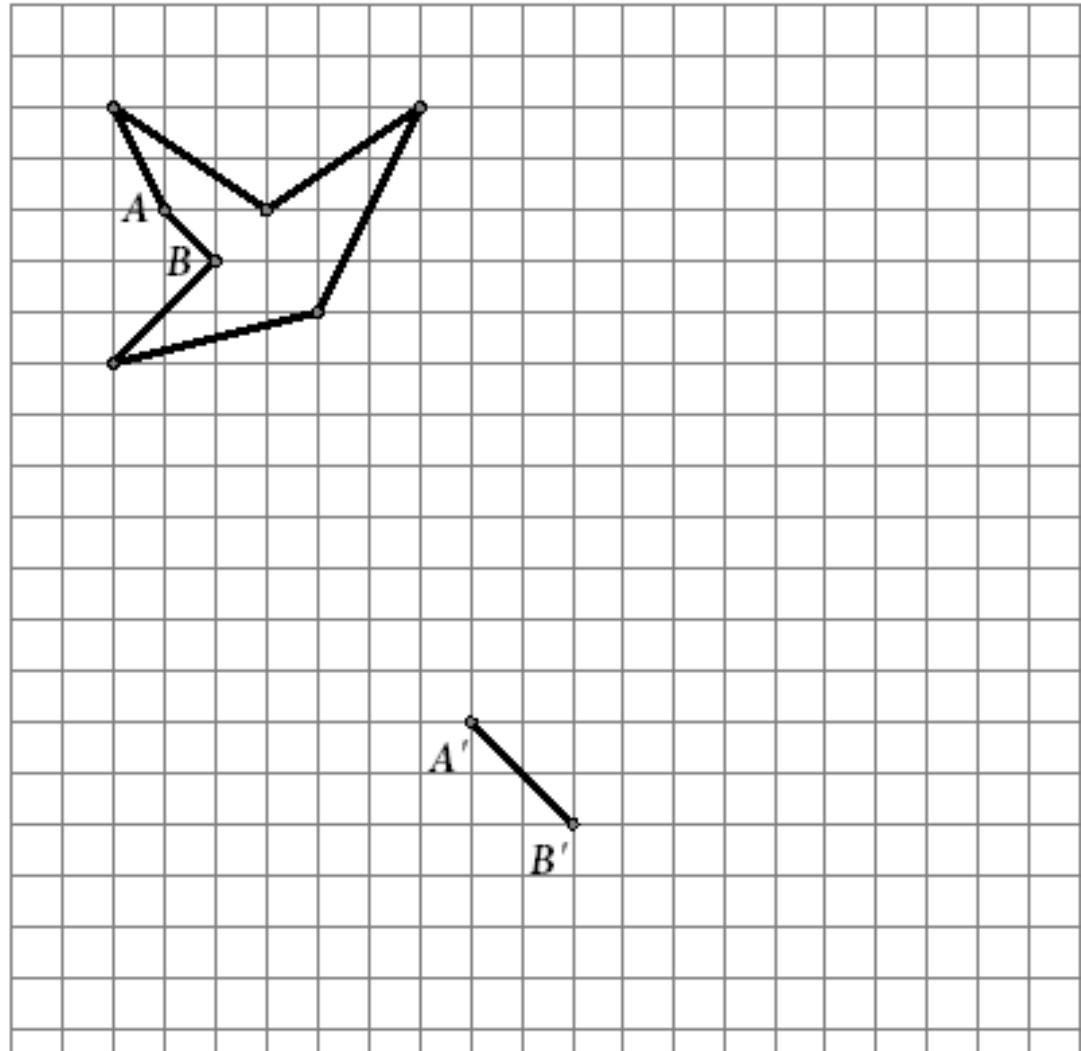
## Primjer 3e. Sličnost (2)

Koji su likovi slični liku A? Objasni. Za svaki lik sličan liku A odredi koeficijent sličnosti.



### Primjer 3e. Sličnost (3)

Marta crta lik sličan onomu koji je nacrtala. Do sada je nacrtala samo jednu dužinu drugoga lika. Koliko je puta Marta uvećala lik? Koliki je koeficijent sličnosti? Dovrši sliku.

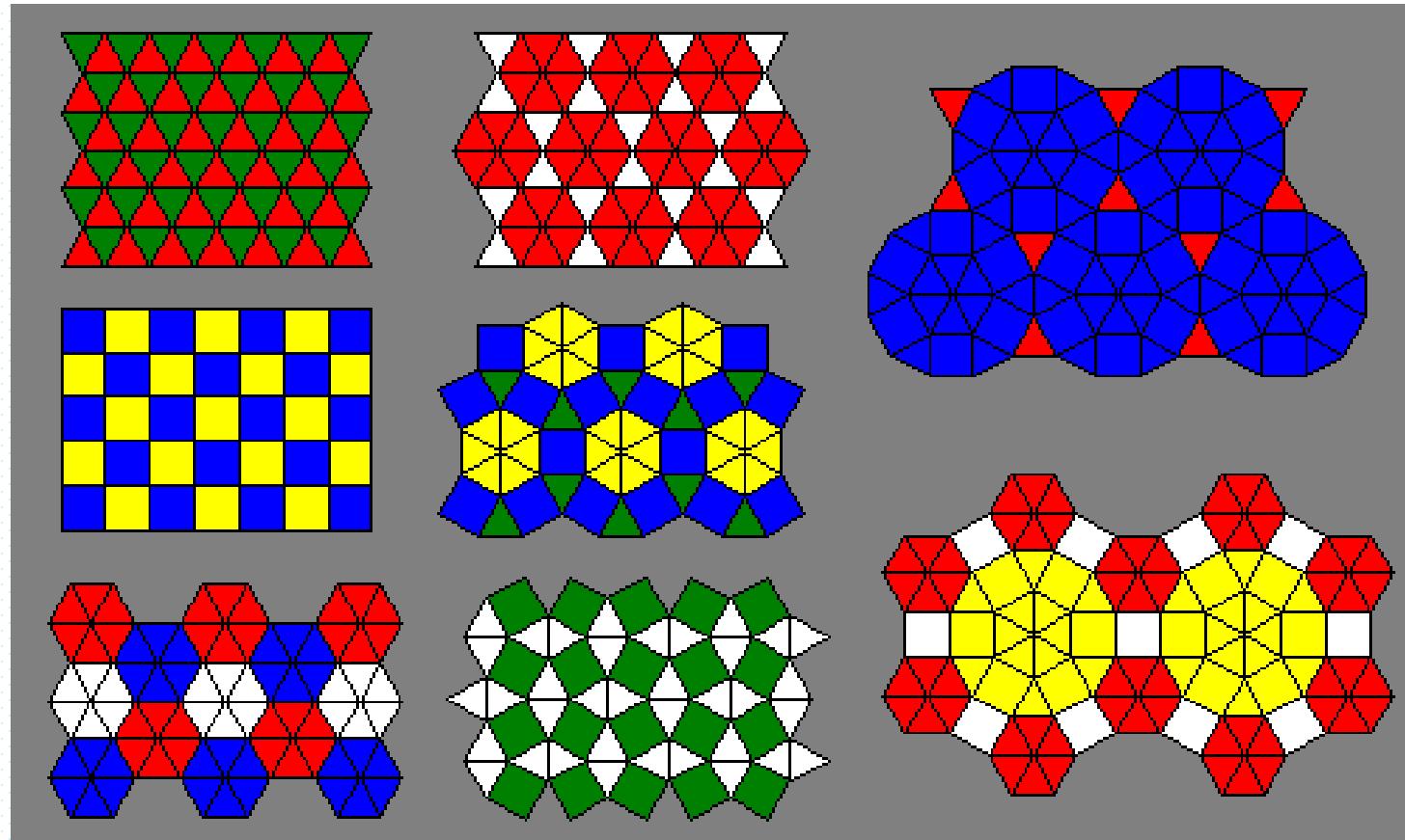


## **Na kraju 3. odgojno-obrazovnog ciklusa od učenika se očekuje da mogu (4):**

- skicirati ravninske oblike, te jednostavnije od njih nacrtati i konstruirati pomoću geometrijskog pribora i računalnog programa dinamične geometrije,

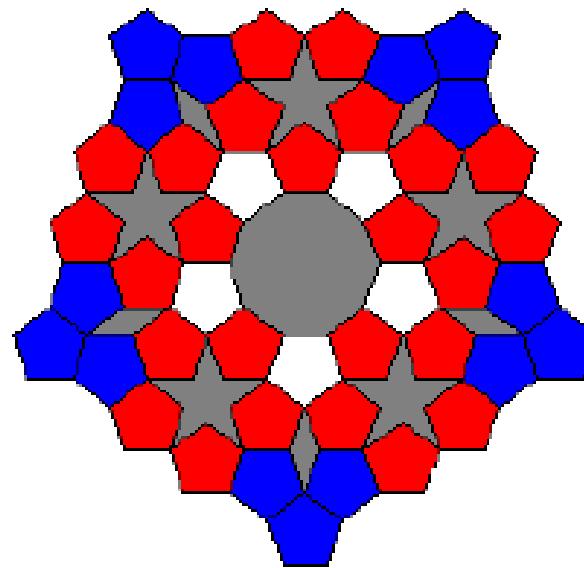
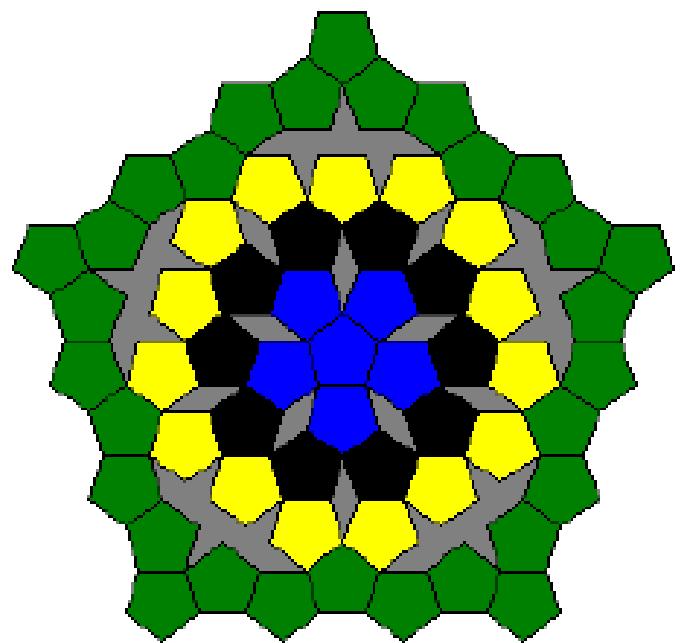
## Primjer 4a. Popločavanja ravnine (1)

Koristeći pravilne mnogokute istraži i nacrtaj moguća popločavanja ravnine. Npr.:



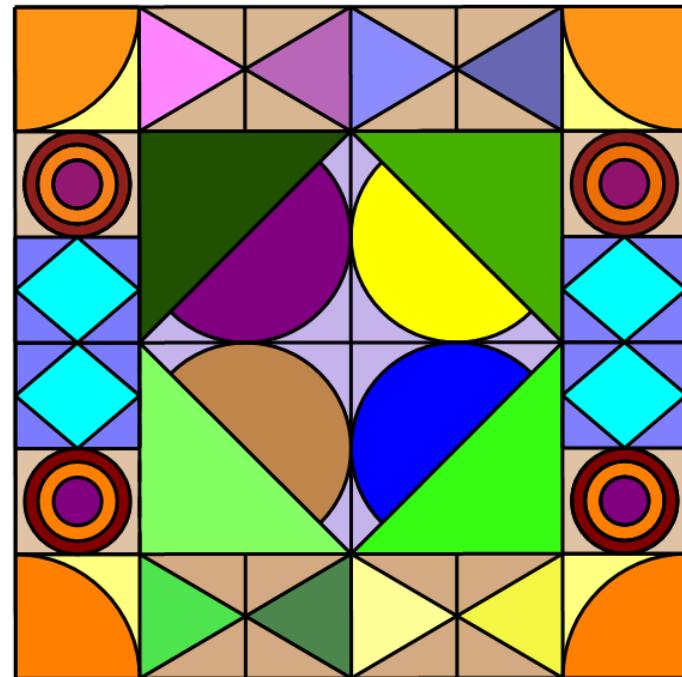
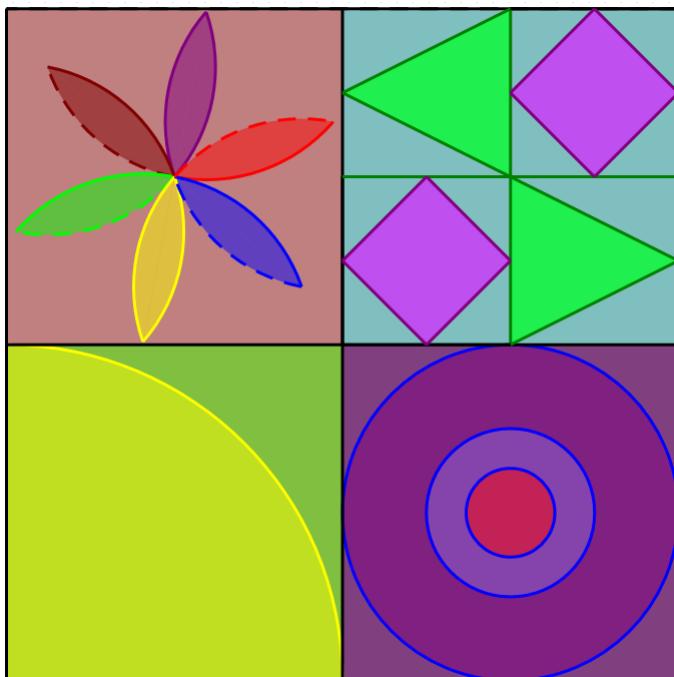
## Primjer 4a. Popločavanja ravnine (2)

Je li ravninu moguće popločati svakom vrstom pravilnih mnogokuta?



## Primjer 4b. Dizajn

Koristeći kvadratnu mrežu moguće je nacrtati sljedeće dizajne.



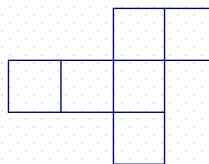
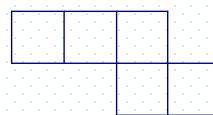
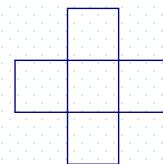
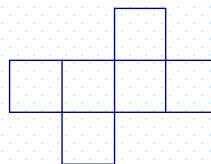
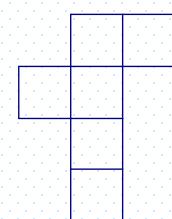
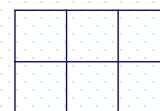
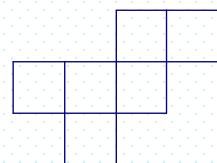
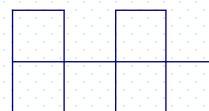
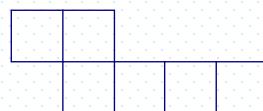
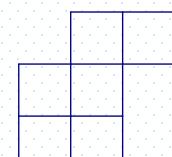
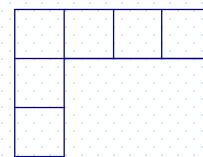
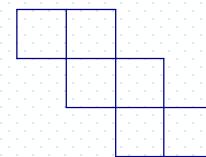
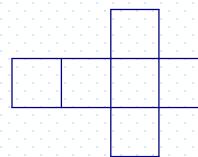
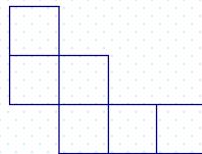
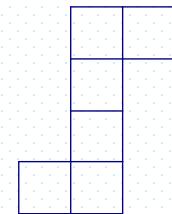
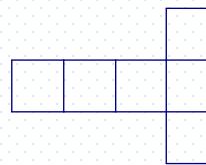
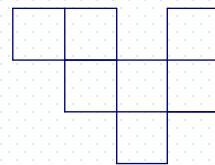
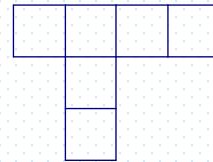
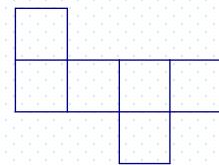
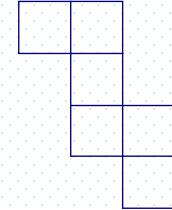
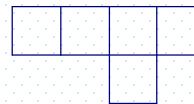
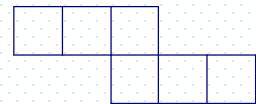
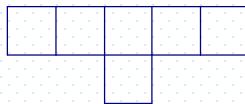
Nacrtaj svoj dizajn koristeći mnogokute te dijelove kruga/kružnice.

## **Na kraju 3. odgojno-obrazovnog ciklusa od učenika se očekuje da mogu (5):**

- skicirati i nacrtati tlocrte, nacrte, bokocrte i mreže prostornih oblika, te izgraditi prostorne oblike na temelju njihovih ravninskih prikaza,

## Primjer 5a. Mreža kocke (1)

Provjeri koje od nacrtanih mreža predstavljaju mrežu kocke?

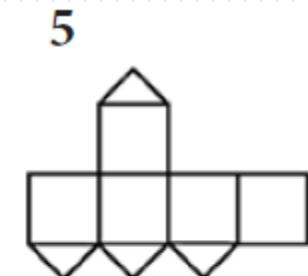
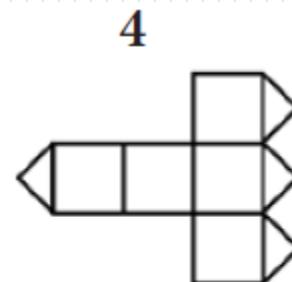
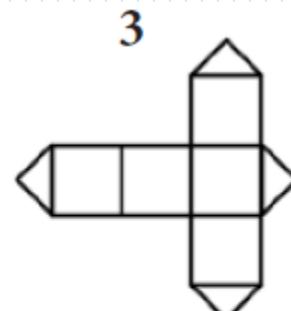
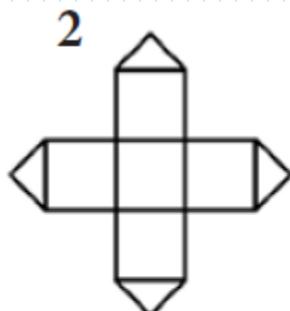
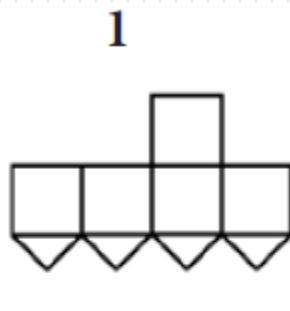


## Primjer 5a. Mreža kocke (2)

Jedna strana kocke razrezana je po njenim dijagonalama (kao na slici).



Koja od sljedećih mreža **nije** mreža kocke na slici?



A) 1 i 3

B) 1 i 5

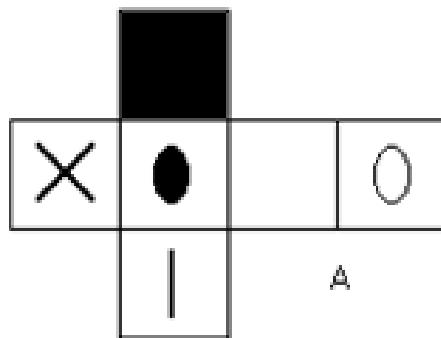
C) 3 i 4

D) 3 i 5

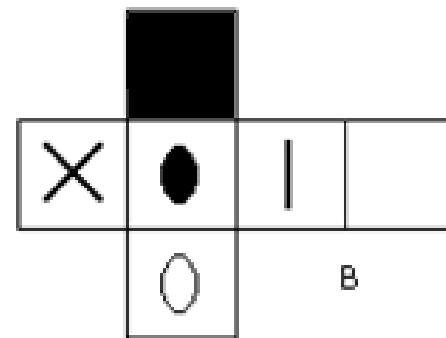
E) 2 i 4

## Primjer 5a. Mreža kocke (3)

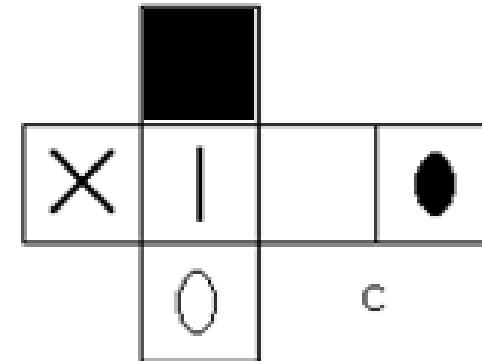
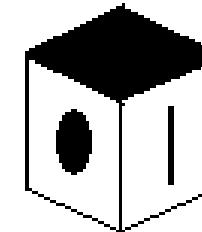
Iz koje mreže možemo dobiti zadatu kocku?



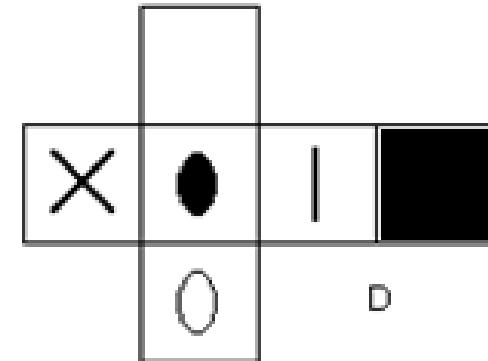
A



B



C



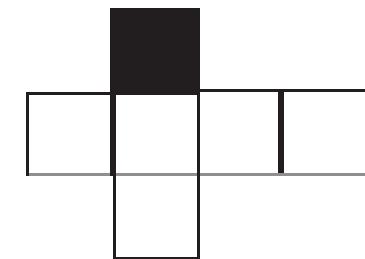
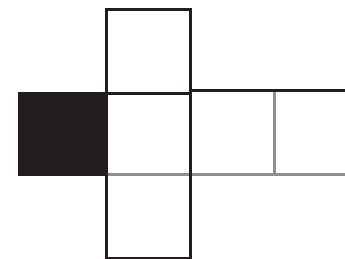
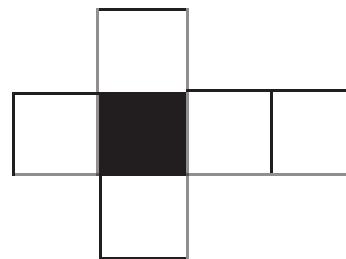
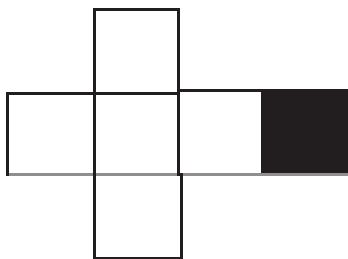
D

## Primjer 5a. Mreža kocke (4)

Donja polovica kocke je obojana u crno.

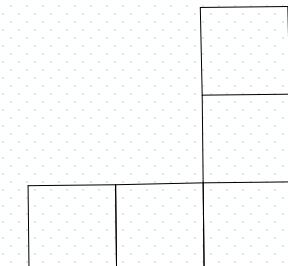
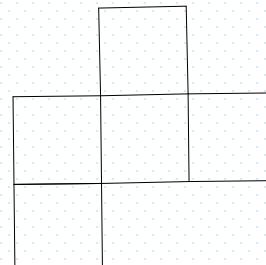
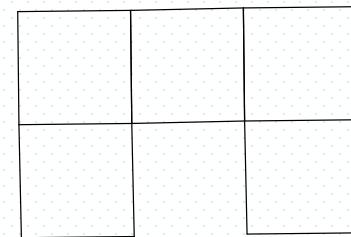
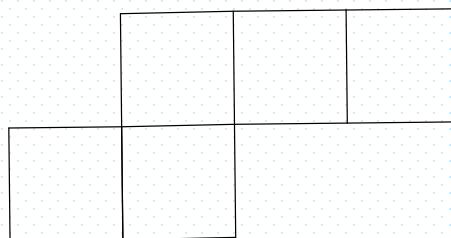
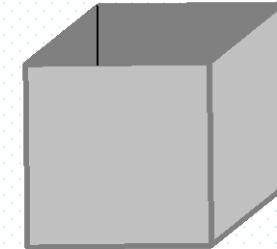
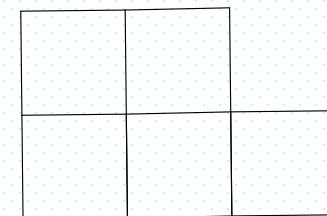
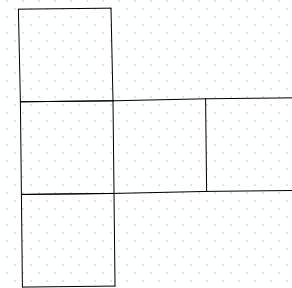
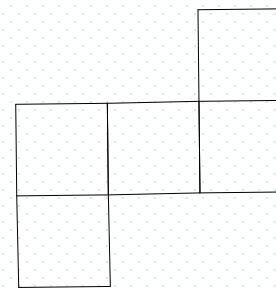
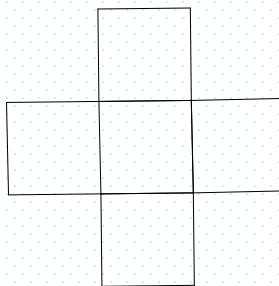


U svakoj od sljedećih mreža već je ucrtana donja, crna strana kocke. U svakoj mreži oboji ostale crne dijelove tako da postanu mreže prikazane kocke.



## Primjer 5a. Mreža kocke (5)

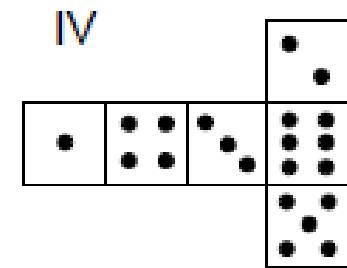
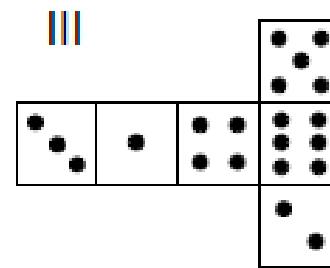
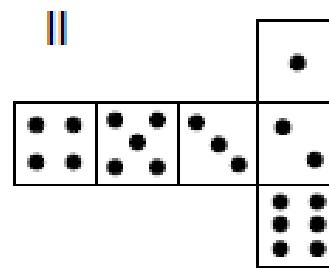
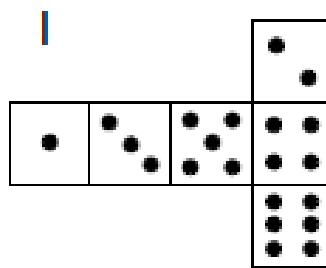
Iz koje mreže možemo složiti kocku koja **nema** gornju stranu? Objasni svoj odgovor.



## Primjer 5b. Igraće kocke (1)

Ukupan broj točaka na dvjema suprotnim stranama kocke je uvijek 7.

Na sljedećim su slikama prikazane mreže kocaka na čijim su stranama ucrtane točke.

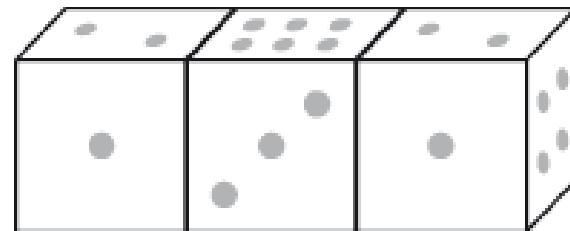


Koje od prikazanih mreža zadovoljavaju “uvjet zbroja 7”?

## Primjer 5b. Igraće kocke (2)

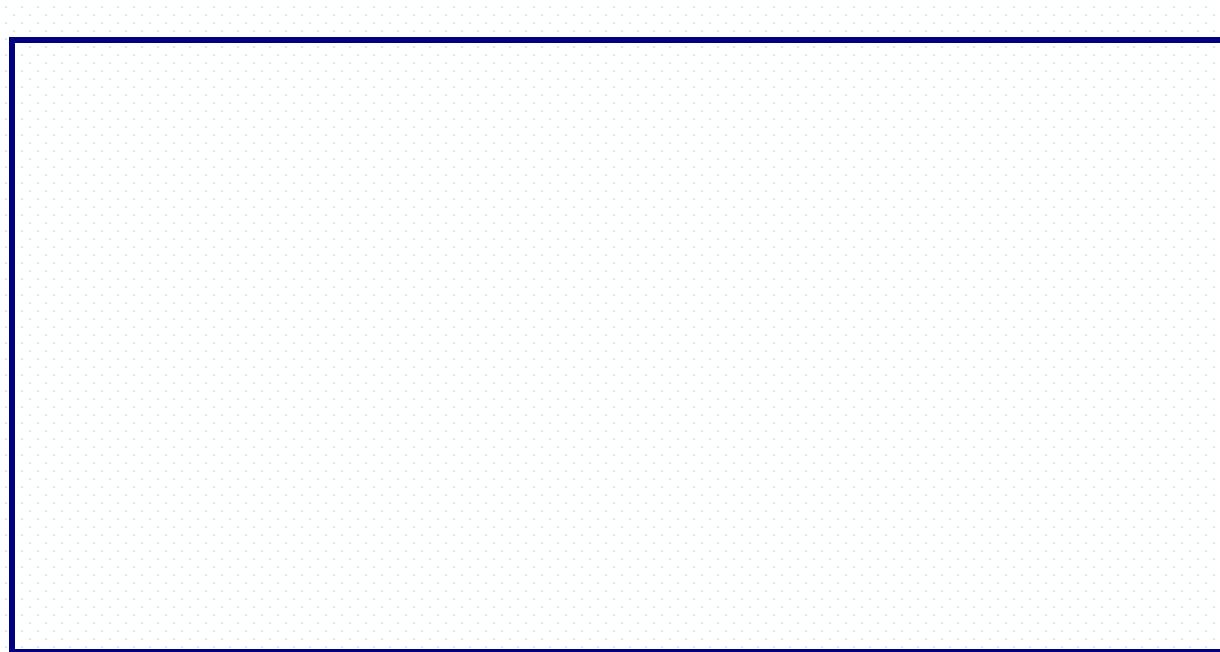
Tri jednake kocke zalijepljene su jedna za drugu kao što je prikazano na slici. Zbroj točkica na suprotnim stranama kocke uvijek je jednak 7.

Koliki je zbroj točkica na zalijepljenim stranama?



## Primjer 5c. Pobočje prizme

Dan je papir dimenzija  $12 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$ .



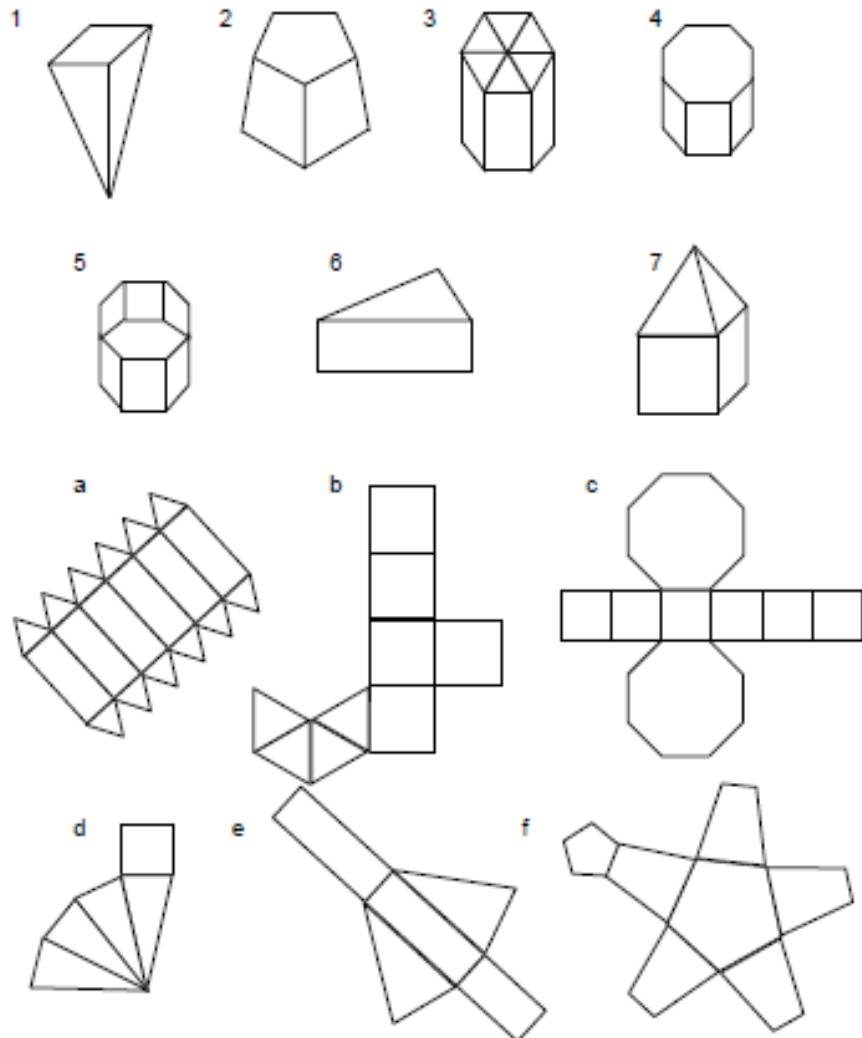
Njegovim presavijanjem formiraj pobočje uspravne prizme s bridovima cjelobrojnih duljina.

## Primjer 5d.

### Sastavljanje geometrijskih tijela (1)

Svakom od tijela  
pridruži odgovarajuću  
mrežu.

Za koje od tijela na  
slici nije prikazana  
mreža?

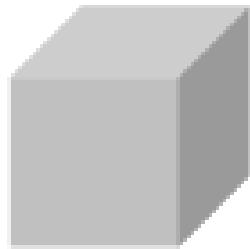


## Primjer 5d.

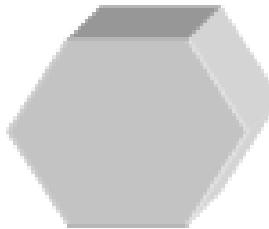
*Sastavljanje  
geometrijskih  
tijela (2)*

Za svako od  
tijela nacrtaj  
odgovarajuću  
mrežu.

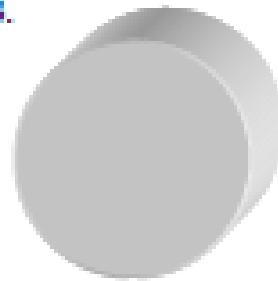
1.



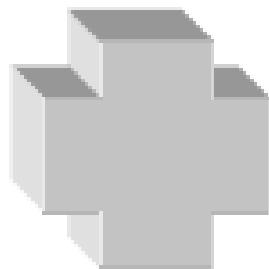
2.



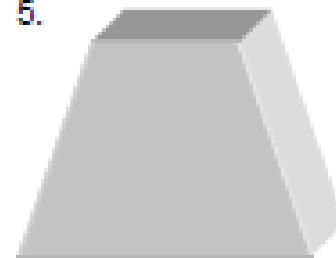
3.



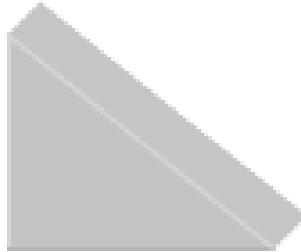
4.



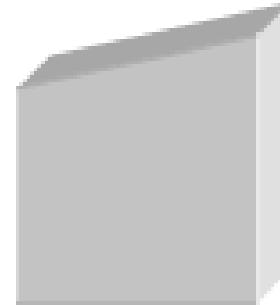
5.



6.

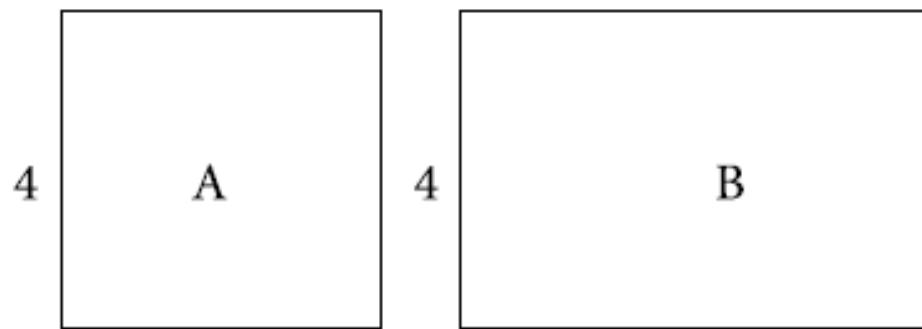


7.



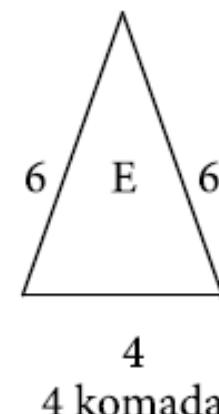
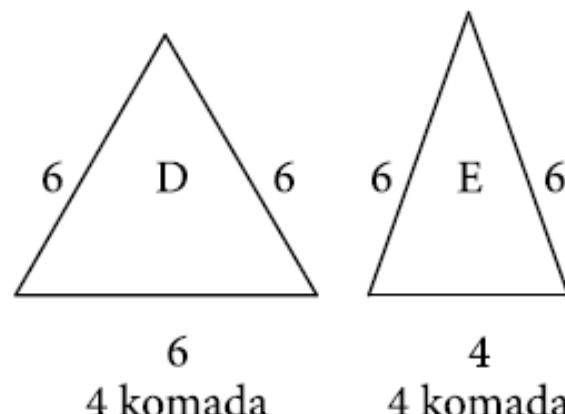
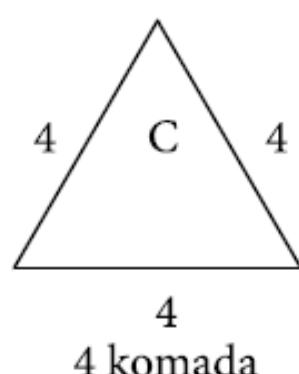
## Primjer 5d. Sastavljanje geometrijskih tijela (3)

Koristeći dijelove prikazane na slici sastavi što je moguće više geometrijskih tijela (prizmi i/ili piramide)



4  
6 komada

6  
4 komada



Prethodne su aktivnosti trodimenzionalne oblike povezivale s njihovim mrežama.

Gledajući u fizički predložak, a kasnije njegovim misaonim vizualiziranjem, učenici mogu crtati i različite poglede na geometrijska tijela sastavljena od jednakih kocaka, kao i graditi ta tijela na temelju danih pogleda na njih.

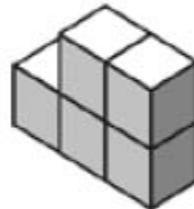
Kao vježba, mogu poslužiti sljedeće aktivnosti.

## Primjer 5e. Kockice (1)

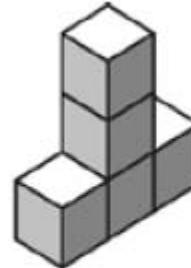
Ana je od 5 kocaka napravila figuru na slici.



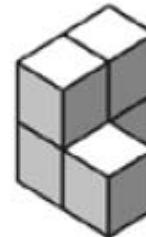
Koju od sljedećih figura (gledanu s bilo koje strane) **ne može** dobiti od početne figure ako smije premještati samo jednu kocku?



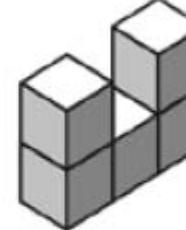
A)



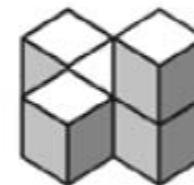
B)



C)



D)

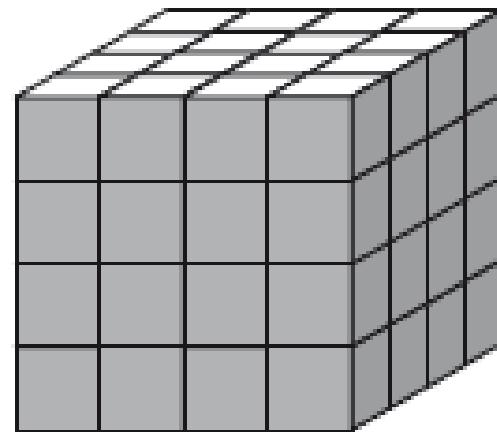


E)

## Primjer 5e. Kockice (2)

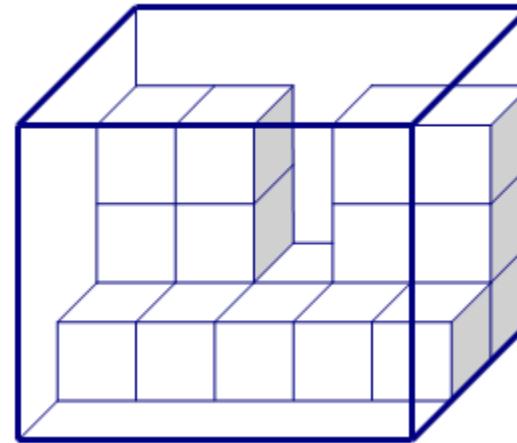
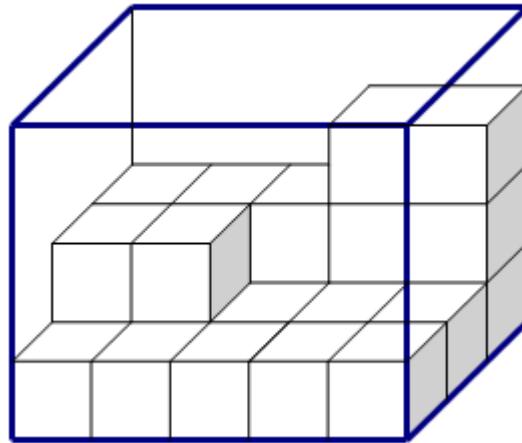
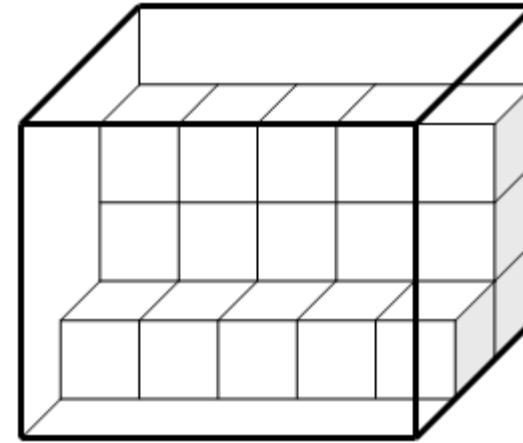
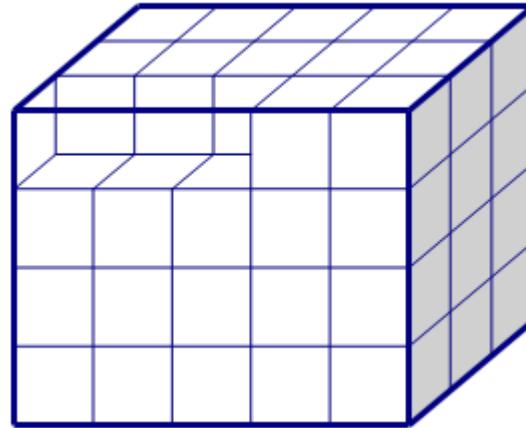
Velika kocka sastavljena je od 64 male bijele kocke jednakih bridova. Pet strana velike kocke obojeno je zelenom bojom.

Koliko malih kocaka ima **točno tri** zelene strane?



## Primjer 5e. Kockice (3)

Koliko kockica nedostaje da bi kvadar bio pun?



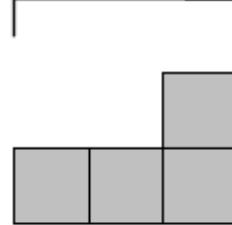
## Primjer 5f. Pogledi (1)

Pomoću kockica složi tijelo, a zatim nacrtaj odgovarajuću sliku u trokutastoj mreži točaka:

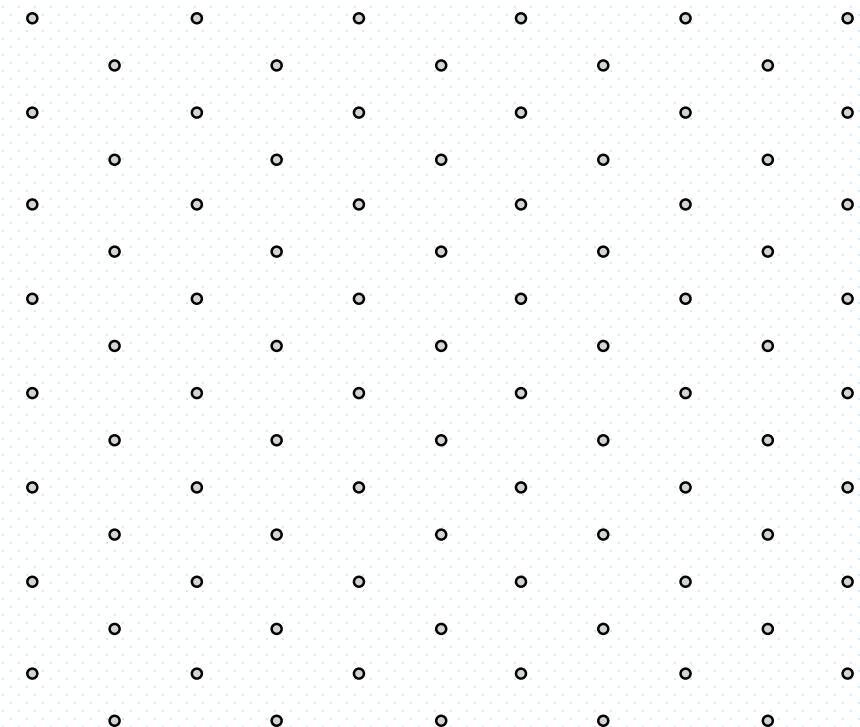
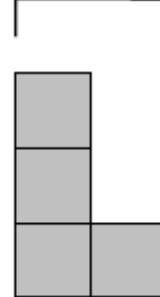
sprijeda



pogledi  
zdesna



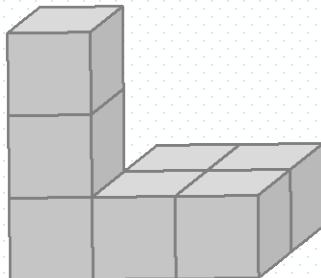
odozgo



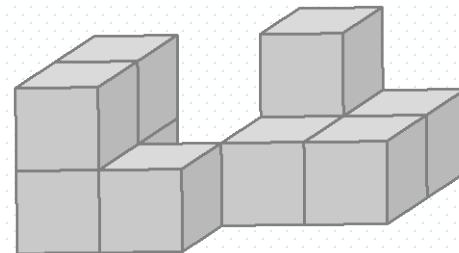
## Primjer 5f. Pogledi (2)

Građevine su složene pomoću kocaka s bridom duljine 1 cm. Za svaku građevinu odredi:

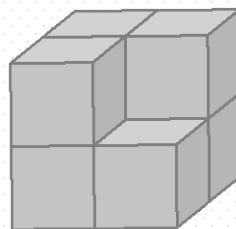
- površinu koju pokrivaju;
- od koliko kocaka su izgrađene.



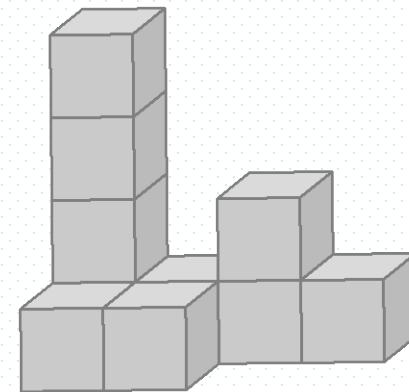
A



C



B



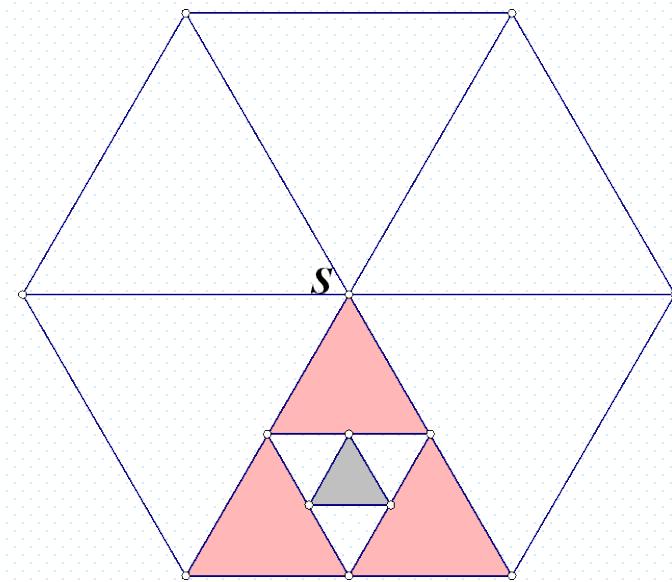
D

## **Na kraju 3. odgojno-obrazovnog ciklusa od učenika se očekuje da mogu (6):**

- osnosimetrično i centralnosimetrično preslikati, translatirati i rotirati jednostavne likove, povećati i smanjiti jednostavni lik u zadanim omjeru koristeći geometrijski pribor i računalni program dinamične geometrije,

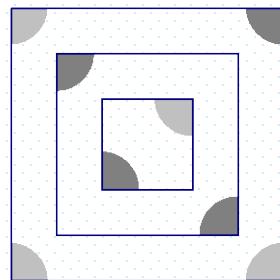
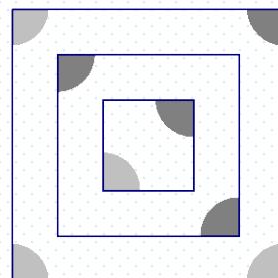
## Primjer 6a. Geometrijske transformacije (1)

Nadopuni sliku tako da se nacrtani pravilni šesterokut rotacijom oko točke  $S$  za kuteve veličine  $120^\circ$  i  $240^\circ$  preslika na samoga sebe.

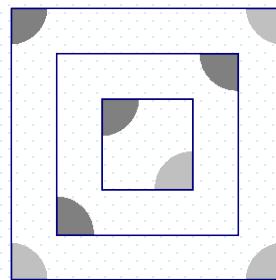


## Primjer 6b. Geometrijske transformacije (2)

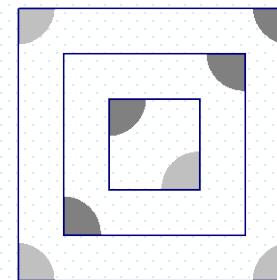
Koji je lik sukladan zadanom?



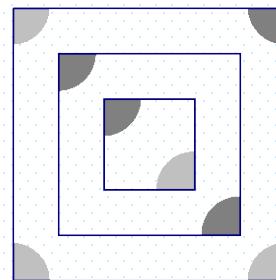
A



B



C



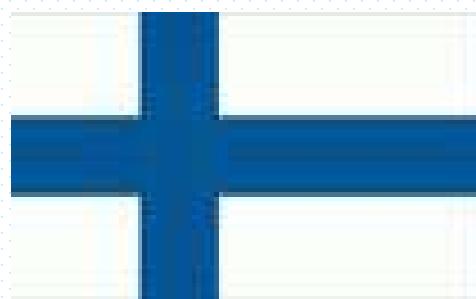
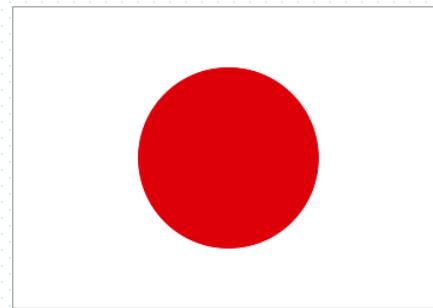
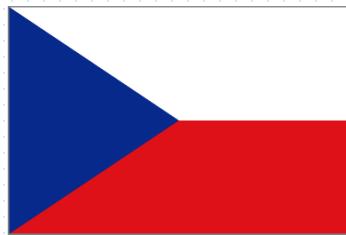
D

## Na kraju 3. odgojno-obrazovnog ciklusa od učenika se očekuje da mogu (7):

- prepoznati ravninske i prostorne oblike, kao i sukladnost, sličnost i simetriju u svakodnevnom okolišu i umjetnosti, te ih upotrijebiti za opis i analizu svijeta oko sebe.

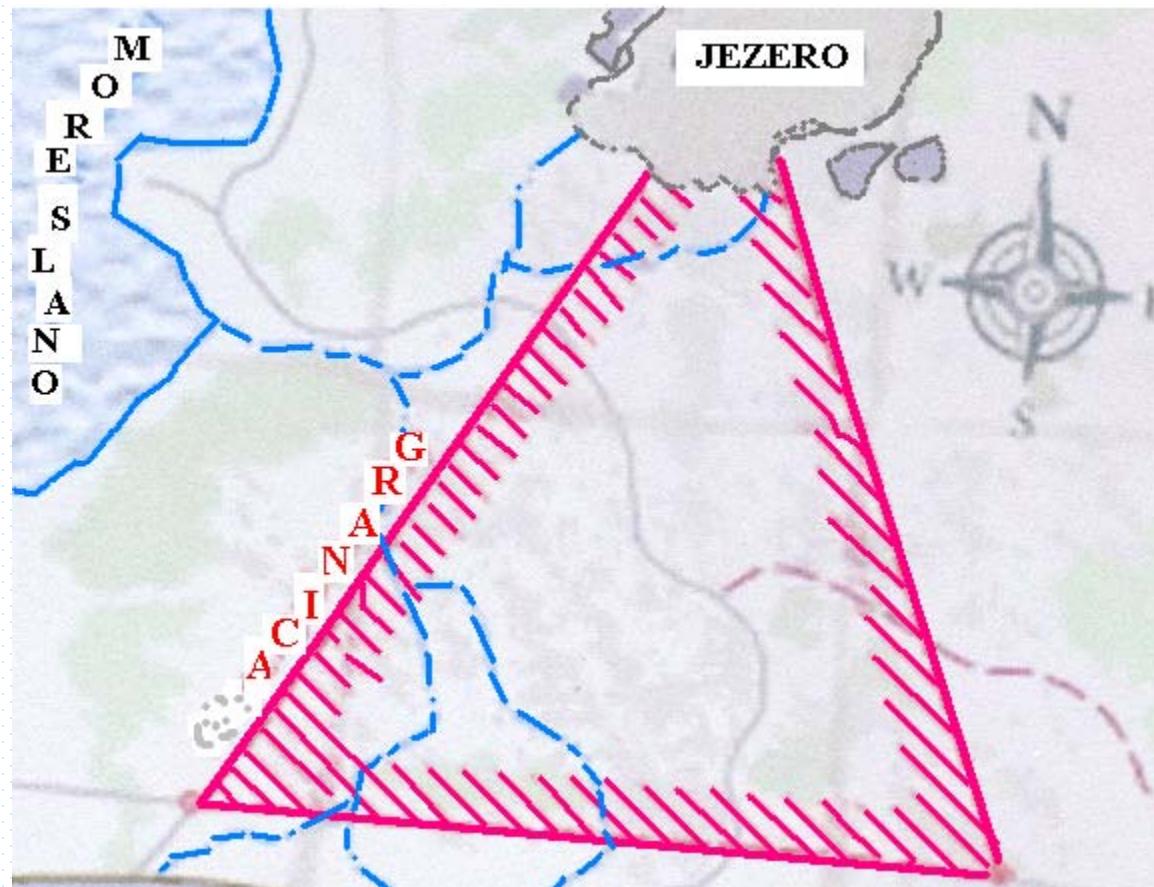
## Primjer 7a. Simetrija

Koje su od prikazanih zastava osnosimetrične,  
a koje centralnosimetrične?



## Primjer 7b. Primjena matematike (1)

Maja i Pero dobili su nasljedstvo od svog strica. No oporuka nije klasična. Na slici je zemljište koje bi trebali podijeliti.



## Primjer 7b.(nastavak)

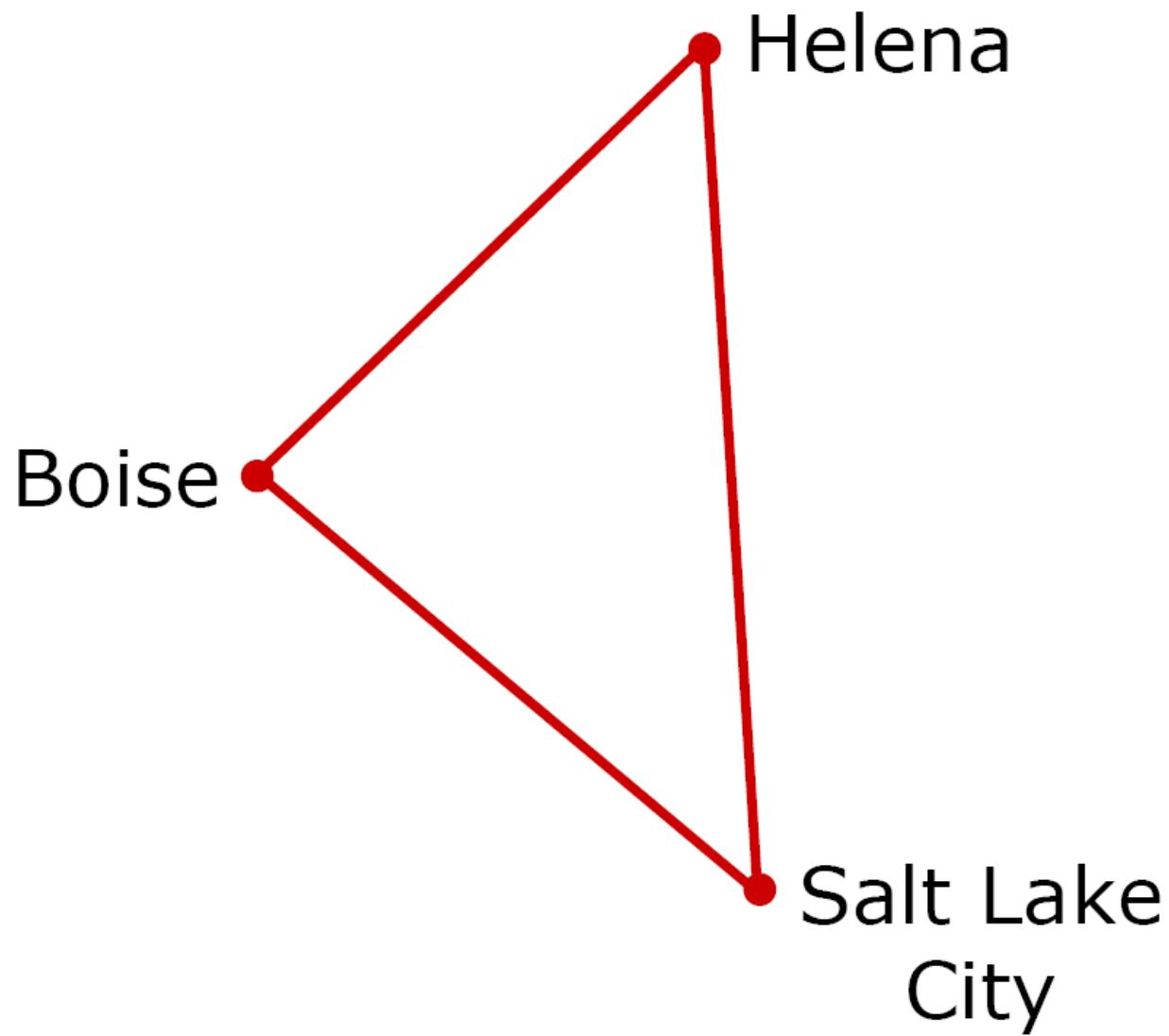
- U oporuci stoji: Zemljište oblika trokuta treba podijeliti visinom iz vrha koji se nalazi u Jezeru. Je li moguće podijeliti zemljište bez tog vrha? Objasni svoj odgovor.

## **Primjer 7c. Primjena matematike (2)**

Boise, Idaho; Helena, Montana i Salt Lake City, Utah tri su velika grada u sjeverozapadnom dijelu Sjedinjenih Američkih Država. Iako svaki grad ima svoju lokalnu bolnicu za manje potrebe i hitne slučajeve, potrebno je izgraditi vrhunski opremljeni medicinski centar koji bi mogao izvoditi transplantacije organa, provoditi medicinska istraživanja, itd.

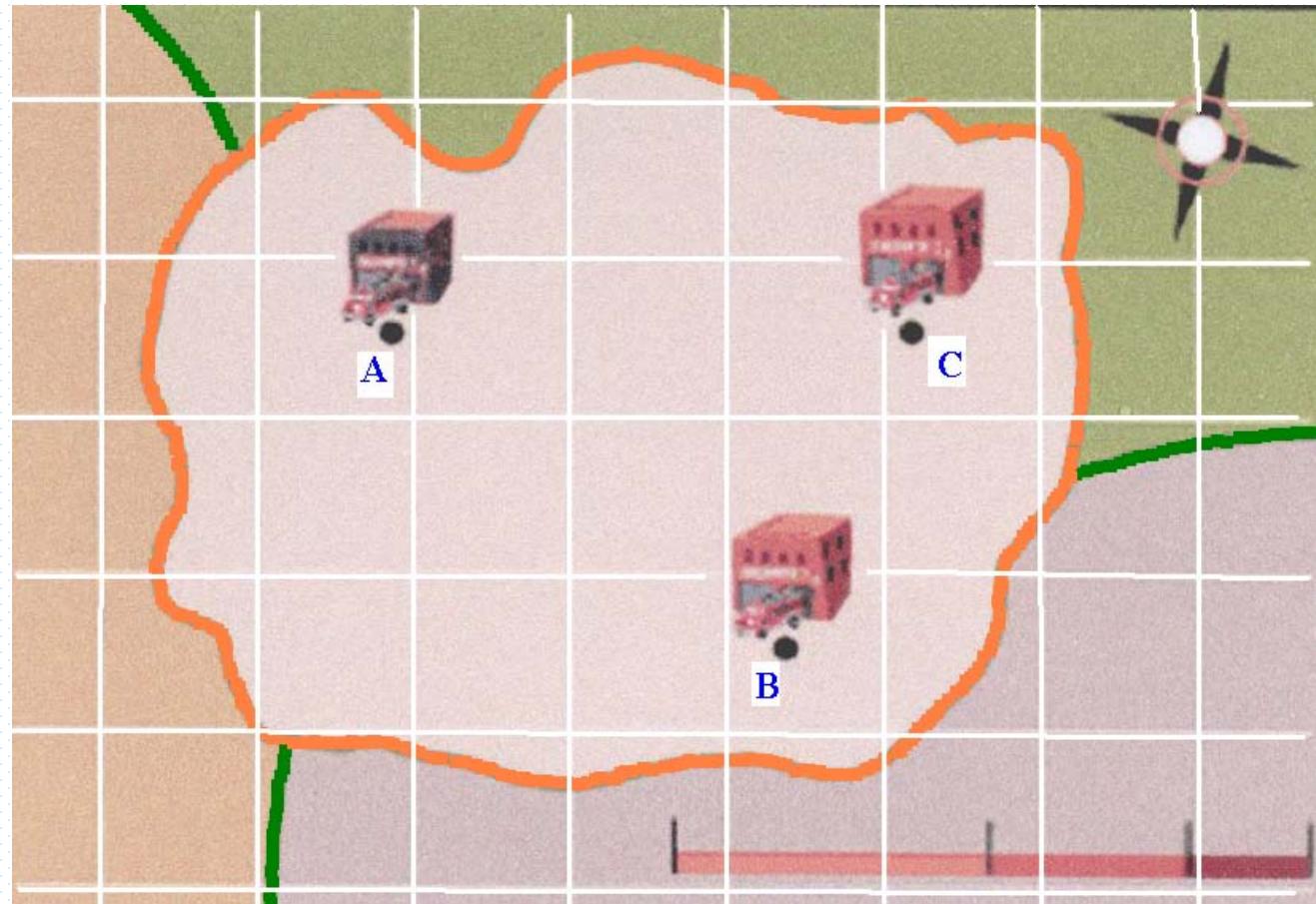
Vašu su skupinu zaposlili da odredi najbolji (najpravedniji) mogući položaj za ovaj objekt kako bi sve tri lokalne zajednice bile zadovoljne.





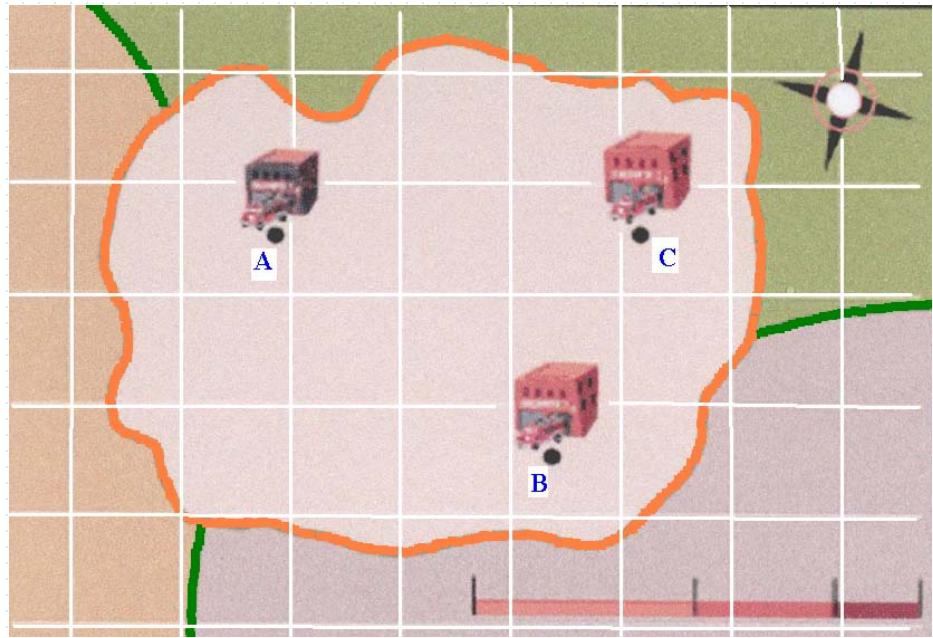
## Primjer 7d. Primjena matematike (3)

U Nigdjezemskoj su u mjestima **A**, **B**, **C** raspoređene vatrogasne stanice.



## Primjer 7d. (nastavak)

a) Zemlju treba podijeliti na tri *jednaka* sektora tako da pri potrebi intervencije alarm za uzbunu prima najbliža vatrogasna stanica. Je li takva podjela moguća? Objasni odgovor.



## Primjer 7d. (nastavak)

b) Bi li smanjenje broja vatrogasnih stanica npr. na dvije

- A i B;
- B i C;
- A i C

pojednostavnilo podjelu? Objasni.

c) Bi li povećanje broja vatrogasnih stanica npr. na četiri  
(pet, šest, ...) pojednostavnilo podjelu? Objasni.

# Mogućnosti primjene tehnologije (1)

Na internet adresi Utah State Universityja

<http://nlvm.usu.edu>

može se naći **program za interaktivnu nastavu matematike.**

Taj program pokriva sve odgojno – obrazovne cikluse (od vrtića do fakulteta) i matematičke koncepte.



# National Library of Virtual Manipulatives

Cliquez ici pour visiter ce site web en **français**



[Virtual Library](#)

[About](#)

[eNLVM](#)

[Buy Now!](#)

[Search](#)

[Download New Free Trial Version 3.0!](#)

Index	Pre-K – 2	3 – 5	6 – 8	9 – 12
<b>Number &amp; Operations</b>				
<b>Algebra</b>				
<b>Geometry</b>				
<b>Measurement</b>				
<b>Data Analysis &amp; Probability</b>				

## Mogućnosti primjene tehnologije (2)

Na internet stranici NCTM (National Council of Teachers of Mathematics)

<http://illuminations.nctm.org>

može se naći niz materijala za interaktivno proučavanje geometrije, ali i drugih područja matematike.

<http://illuminations.nctm.org/ActivitySearch.aspx>

 ILLUMINATIONS  
Resources for Teaching Math

[Activities](#) | [Lessons](#) | [Standards](#) | [Web Links](#)

NCTM Resources | About | Terms of Use | Search | Join NCTM

[Comment About This Page](#) | [Share](#) |    

## Activities

[View All Activities](#)

**Search Activities**  
Illuminations has 104 online activities available. Select which types of activities you're looking for, and click Search.

**Grades** [\[View all\]](#)

-  K-2
-  3-5
-  6-8
-  9-12

[Advanced Options](#)

Show only activities with this word or phrase in the title or description:

[Search](#)

**Highlighted Activities**

 [Dynamic Paper](#) **NEW!** Create custom activity sheets for your classroom. Add nets, graphs, tessellations... and more!

 [Thinkfinity](#) Any subject. Any grade. Any educational resource. All for free at Verizon Thinkfinity.

---

 NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS

Math and Better Mathematics for All Students

Thinkfinity 

© 2000 - 2010 National Council of Teachers of Mathematics  
Use of this Web site constitutes acceptance of the [Terms of Use](#)

The National Council of Teachers of Mathematics is a public voice of mathematics education, providing vision, leadership, and professional development to support teachers in ensuring mathematics learning of the highest quality for all students. The views expressed or implied, unless otherwise noted, should not be interpreted as official positions of the Council.

<http://www.ixl.com/math/practice/>

The Web's  
**#1 Math Practice Site**

Practice makes perfect, and IXL makes math practice fun. With unlimited math questions in more than 1,000 topics, students improve their skills and confidence and always have new challenges to meet. Click a grade below to get started.



<b>Pre-K skills</b>  Counting dots, inside and outside, and more. <a href="#">See all 41 skills</a>	<b>Kindergarten skills</b>  Identifying shapes, counting money, and more. <a href="#">See all 103 skills</a>	<b>First-grade skills</b>  Bar graphs, addition word problems, and more. <a href="#">See all 140 skills</a>	<b>Second-grade skills</b>  Place-value models, identifying fractions, and more. <a href="#">See all 195 skills</a>
<b>Third-grade skills</b>  Multiplication facts, adding and subtracting decimals, and more. <a href="#">See all 174 skills</a>	<b>Fourth-grade skills</b>  Adding mixed numbers, calculating probabilities, and more. <a href="#">See all 101 skills</a>	<b>Fifth-grade skills</b>  Multiplying decimals, finding percentages, and more. <a href="#">See all 247 skills</a>	<b>Sixth-grade skills</b>  Variable expressions, exponents, permutations, and more. <a href="#">See all 241 skills</a>

Coming to IXL this September: 7th and 8th grade math! Click [here](#) to learn more.

<http://www.mathplayground.com/games.html>

38 | Welcome to Math Playgrou... X

Educational Product

**TRY DreamBox K-3 Math FREE!**

LEARNING

Practice your skills with fun and challenging games from Math Playground.

Google Custom Search

Search

**SHAPE MODS**

Shape Mods - Transformations

**The X Detectives**

Game and Practice Modes

The X Detectives

**Weigh The Wangdoodles**

Algebraic Reasoning

Find the value of 1 drum.

**Project T.R.I.G.**

Project T.R.I.G. - angles and velocity

**GUIDE THE GECKO**

JOURNEY THROUGH THE LAND OF FRACTIONS

YOUR TURN...

Move the markers on the number line up to make products. Overline a new word.

**IXL**

Pre-K Skills

Kindergarten Skills

First-grade Skills

Second-grade Skills

Third-grade Skills

Fourth-grade Skills

Fifth-grade Skills

Sixth-grade Skills

<http://www.mathplayground.com/games.html>

Count the number of cubes on the board. Don't forget the hidden ones.

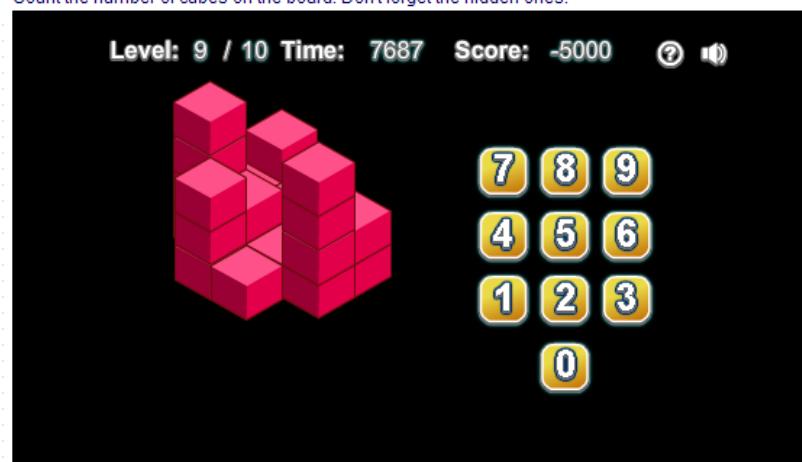


Copyright © 2009 MathPlayground.com All rights reserved.

Count the number of cubes on the board. Don't forget the hidden ones.



Copyright © 2009 MathPlayground.com All rights reserved.



<http://www.mathplayground.com/games.html>

**Transformation Workshop - Practice Reflections, Rotations, and Translations**

The green shape can be transformed into the red shape using one or more transformation blocks. Your job is to figure out how!

**Transformation Blocks**

- Reflect mirror image
- Translate X left or right
- Translate Y up or down
- Rotate around origin

Place your transformation blocks here:

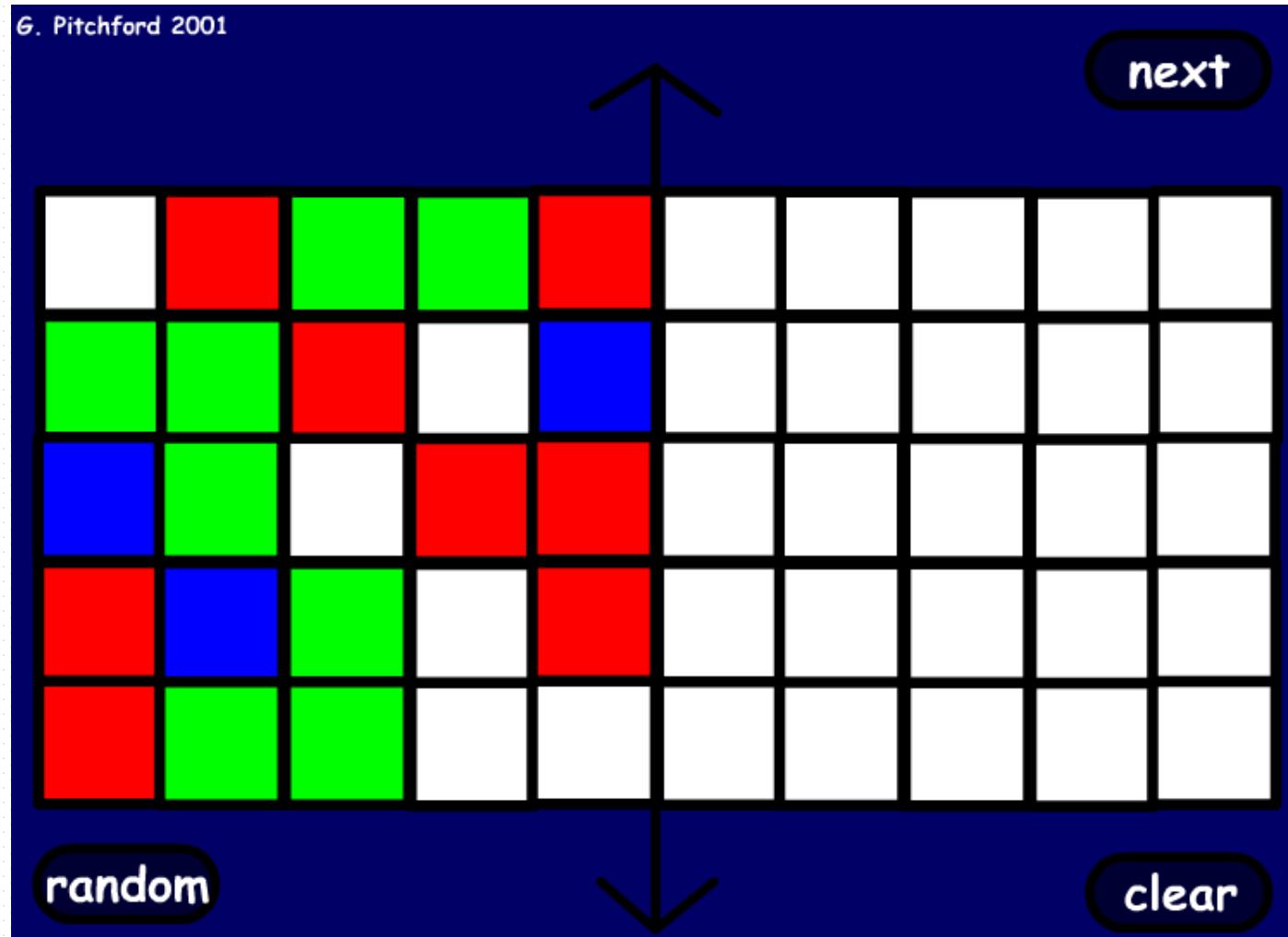
Block 1   Block 2   Block 3   Block 4

Transform

Level: 1  
Score: 0

TRASH ?

<http://www.primaryinteractive.co.uk/math.htm>



<http://www.exploremath.com/>

Gizmos! Online simulations that pow...

**ExploreLearning** | Gizmos! Online simulations that power inquiry and understanding.

Free Trial Enroll in a Class Login

Browse Gizmos Training Research About Support My Homepage

Sign up for your **Free 30-day trial** today!

find Gizmos, help and more... SEARCH

Experience Math & Science with **Gizmos™**

Over 450 highly interactive online simulations for grades 3-12.

Learn More Free 30-day Trial >

New to ExploreLearning?

Introduction to ExploreLearning

What Educators Say About Gizmos

Look Who's Sharing

ExploreLearning News

Latest Headlines:

- ExploreLearning to Appear on Florida Knowledge Network's "Teacher Talk" Program!

<http://www.explorelearning.com/>

Gizmos! Online simulations that power i... [View Details](#) | Gizmos Free Trial | ExploreLearning | [3D and Orthographic Views - Acti...](#) [View Details](#)

view.

Gizmos Free Trial | ExploreLearning

Lesson Info [Gizmo](#)

Exploration Guide [Help](#) Standard Gizmo Features [Help](#)

Time remaining to use this Gizmo: 3:23 [Extend your five minute free pass.](#)

Top

Front Right

Number of blocks used: 0  
Minimum number of blocks: 2

Show goal   
Show current   
Hide

Check

New Game

Click to add blocks, shift-click to delete. [Clear](#) [Fill](#)

BACK LEFT RIGHT FRONT

3D and Orthographic Views - Activity

I za kraj....